



UNIVERSIDADE FEDERAL DO OESTE DA BAHIA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DAS TECNOLOGIAS
CURSO DE BACHARELADO EM FÍSICA

Danielly Silva Teles

Interpretação de Muitos Mundos da Mecânica Quântica

Barreiras, Bahia
28 de julho de 2022

Danielly Silva Teles

Interpretação de Muitos Mundos da Mecânica Quântica

Monografia apresentado ao curso de bacharelado em Física, como requisito para a aprovação na componente curricular CET0318-Trabalho de Conclusão de Curso III e obtenção do título de bacharel(a) em Física, pelo Centro de Ciências Exatas e das Tecnologias da Universidade Federal do Oeste da Bahia

Universidade Federal do Oeste da Bahia
Centro de Ciências Exatas e das Tecnologias
Curso de Bacharelado em Física

Orientador: Clebson dos Santos Cruz

Barreiras, Bahia
28 de julho de 2022

FICHA CATALOGRÁFICA

T269 Teles, Danielly Silva.

Interpretação de muitos mundos da mecânica quântica. / Danielly Silva Teles. – 2022.

63f.

Orientador: Prof. Dr. Clebson dos Santos Cruz.

Monografia (Graduação) – Bacharelado em Física. Universidade Federal do Oeste da Bahia. Centro das Ciências Exatas e das Tecnologias. Barreiras, BA, 2022.

1. Everett. 2. Interpretação de muitos mundos. 3. Estados relativos. I. Cruz, Clebson dos Santos. II. Universidade Federal do Oeste da Bahia - Centro das Ciências Exatas e das Tecnologias. III. Título.

CDD 621

Biblioteca Universitária de Barreiras - UFOB

Danielly Silva Teles

Interpretação de Muitos Mundos da Mecânica Quântica

Monografia apresentado ao curso de bacharelado em Física, como requisito para a aprovação na componente curricular CET0318-Trabalho de Conclusão de Curso III e obtenção do título de bacharel(a) em Física, pelo Centro de Ciências Exatas e das Tecnologias da Universidade Federal do Oeste da Bahia

Trabalho aprovado. Barreiras, Bahia, 28 de julho de 2022:

Documento assinado digitalmente
 CLEBSON DOS SANTOS CRUZ
Data: 06/09/2022 09:33:11-0300
Verifique em <https://verificador.iti.br>

Clebson dos Santos Cruz

Orientador

Documento assinado digitalmente
 ANTONIO CESAR DO PRADO ROSA JUNIOR
Data: 06/09/2022 10:26:58-0300
Verifique em <https://verificador.iti.br>

Antônio César do Prado Rosa Júnior

Convidado 1

Documento assinado digitalmente
 ELIAS BRITO ALVES JUNIOR
Data: 06/09/2022 13:17:40-0300
Verifique em <https://verificador.iti.br>

Elias Brito Alves Junior

Convidado 2

Barreiras, Bahia
28 de julho de 2022

Resumo

A interpretação de Estados Relativos de Everett ficou mais conhecida após a reinterpretação de DeWitt sobre a mesma, que foi renomeada como a Interpretação de Muitos Mundos (IMM). Apesar de ter grande reconhecimento na área de interpretações do problema de medição é uma teoria pouco abordada em livros-texto. O objetivo do presente trabalho é analisar a literatura acerca dessa interpretação, primeiramente para entender o que a teoria pretende resolver e após serem feitas análises sobre a bibliografia, compreender como a Interpretação de Muitos Mundos pode ser encarada de frente ao problema da medida na mecânica quântica.

Palavras-chave: Everett, Interpretação de Muitos Mundos, Estados Relativos.

Sumário

1	INTRODUÇÃO	6
2	INTRODUÇÃO AOS SISTEMAS QUÂNTICOS	8
2.1	Interferômetro de Mach-Zenhder clássico	8
2.2	Interferometria para um fóton	10
2.3	Interferômetro de Mach-Zenhder para elétrons	10
2.4	Descrição quântica	13
3	O PROBLEMA DA MEDIÇÃO	17
3.1	Medições diretas na mecânica quântica	17
3.2	Interpretações sobre as medições em mecânica quântica	18
3.3	Medidas de 1ª espécie	19
3.4	Qual o problema da medição?	22
4	INTERPRETAÇÃO DE MUITOS MUNDOS	24
4.1	Teoria de Everett	24
4.2	Os vários mundos	26
4.3	Probabilidades	28
5	CONCLUSÃO	31
	Referências	32

1 Introdução

Sabe-se que a mecânica quântica possui várias interpretações, dentre elas estas destacamos quatro: a interpretação dualista realista, a interpretação da complementariedade e a interpretação dos coletivos (ensembles) estatísticos, a interpretação ondulatória realista conforme é amplamente observado nos cursos de física. [1].

Neste cenários, podemos destacar a interpretação de complementaridade. Esta interpretação dualista positivista, desenvolvida por Niels Bohr, é uma das várias interpretações relacionadas referidas como "interpretações ortodoxas". A "dualidade onda-partícula", que afirma que um fenômeno é ondulado ou corpuscular, nunca os dois ao mesmo tempo, é uma das principais ideias por trás desse ponto de vista. Um quantum particular e todas as ferramentas experimentais relacionadas estão incluídas em um "fenômeno". Quando todas as observações são feitas, só se pode tirar conclusões sobre um fenômeno, e a interpretação de Bohr carrega essa marca positivista [1].

Por outro lado, a interpretação dos coletivos (ensembles) estatístico inclui interpretações que vêem a teoria quântica como fundamentalmente uma teoria estatística que só se aplica completamente ao conjunto de quanta infinitamente preparados e não a um único quantum. Essa perspectiva tem sido historicamente ligada ao realismo, como demonstrado por Alfred Landé, que disse inequivocamente que um elétron é apenas uma partícula (sem uma onda que o acompanha), ou mais recentemente por Leslie Ballentine [1].

Um método para tentar evitar a estranha ideia de colapso é imaginar que o objeto quântico não envolve apenas uma onda, mas também inclui um corpúsculo, que é o detectado na tela e sempre tem uma posição bem definida e velocidade. Esta interpretação é conhecida como dualista realista, David Bohm redescobriu essa visão em 1952, depois que Louis de Broglie a propôs pela primeira vez [1, 2].

Na interpretação ondulatória realista o objeto quântico inicialmente se espalha como uma onda, mas quando é detectado, muda para se parecer mais ou menos com uma partícula e assume a forma de um pacote de ondas condensado. Um "colapso" é o termo para essa mudança de uma onda espalhada para uma onda concentrada. [1].

Um outro proponente inicial da interpretação ondulatória realista era Hugh Everett III. Porém, durante a época em que foi aluno de doutorado na Universidade de Princeton, Everett, em a sua tese de doutorado escreve sobre sua interpretação dos estados relativos, que foi reformulada posteriormente por DeWitt e ficou conhecida como a Interpretação de Muitos Mundos da Mecânica Quântica [1]. Esta interpretação propõe que todo o cosmos pode ser caracterizado por uma enorme função de onda que evolui linearmente e sem entrar em colapso. Como resultado, essa perspectiva assume que durante uma medição

quântica, as próprias pessoas entram em superposição. Cada "ramo" dessa superposição corresponderia a um resultado de medição quântica, e a memória humana de cada ramo seria isolada das memórias dos outros ramos. Como resultado, em cada ramo, o ser humano acreditaria que apenas um resultado de medição foi gerado e afirmaria que esse resultado surgiu após uma "redução" ou colapso do estado quântico [1, 3, 4]. A interpretação de Everett consiste em resolver o problema da medição que existe na mecânica quântica [2], onde um objeto quântico ao ser medido por um observador, entraria numa superposição quântica, ou seja, haveria duas versões do observador, dois ramos, e cada um com um resultado diferente do outro.

A abordagem feita por Hugh Everett, na época, era bastante original e acabou inaugurando uma linha de interpretação conhecida como não-colapso. Sua criatividade para solucionar o problema de medição, influenciou fortemente estudos posteriores de fundamentos da mecânica quântica.

Nesse trabalho, apresentamos o raciocínio de Everett para tentar resolver o problema da medição, buscando compreender como sua interpretação pode ser usada dentro de um contexto qualitativo da mecânica quântica.

2 Introdução aos Sistemas Quânticos

2.1 Interferômetro de Mach-Zenhder clássico

O interferômetro de Mach-Zenhder é um experimento utilizado para fins pedagógicos para ensino de conceitos da mecânica quântica [5]. Como é um aparato muito simples que consiste em espelhos e semi-espelhos onde se pode perceber o fenômeno da interferência da luz dada por uma divisão de um feixe luminoso. O experimento tem uma abordagem simples, nele consiste dois espelhos semi-refletores S_1 e S_2 , dois espelhos totalmente refletores, e no final do aparato é colocado dois detectores, D_1 e D_2 . Esse aparato, que foi idealizado por Ludwig Zenhder e Ludwig Mach, pode monitorar alterações mínimas no índice de refração e também na compressibilidade de um fluxo de gás.[6, 7]

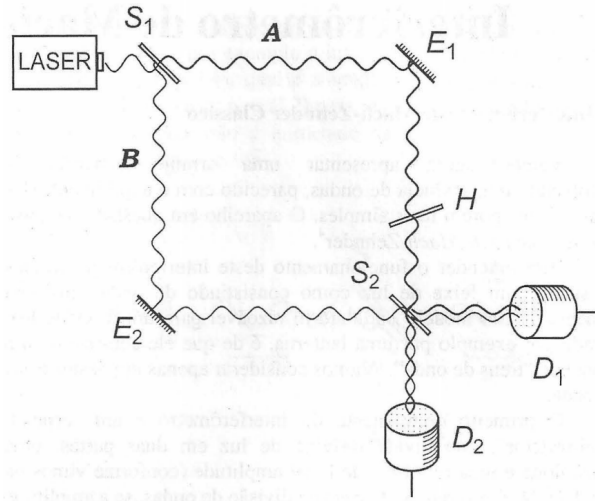


Figura 1 – Interferômetro de Mach-Zenhder (retirada da referência [8])

O funcionamento do interferômetro de Mach -Zenhder é simples, é emitido um feixe de luz que inicialmente passará pelo espelho refletor S_1 e com isso, o feixe luminoso é dividido em duas partes, a parte transmitida, A e, a parte refletida, B, ambas as partes terão a mesma amplitude. Cada parte do feixe, tanto a parte A quanto a parte B, são refletidas após passarem sobre os espelho E_1 e E_2 e acabam se encontrando novamente no espelho semi-refletor S_2 . Ou seja, se a amplitude do feixe inicial for Ψ_0 , a do feixe transmitido, juntamente com a do feixe refletido será $\frac{\Psi_0}{\sqrt{2}}$. O feixe luz que é emitido inicialmente tem intensidade de $2I_0$, de forma que ao passar pelo espelho semi-refletor S_1 , a intensidade passa a ser I_0 , tanto para a parte A quanto para a parte B. E, ao passar pelo espelho semi-refletor S_2 , a intensidade passa a ser $I_0/2$. [8]

Além disso, a onda refletida sofre um deslocamento de fase em relação ao que foi refletido através do espelho. Iremos adotar a seguinte regra: a cada reflexão ocorrerá um avanço de $\frac{1}{4}$ de comprimento de onda ($\frac{\lambda}{4}$) em relação a onda transmitida. [8]

Conforme a figura 1, podemos perceber que o feixe inicial passa pelo espelho semi-refletor S_1 , que acaba dividindo o feixe em uma componente de onda transmitida (A) e uma componente de onda refletida (B). Cada componente reflete após passarem sobre os espelhos E_1 e E_2 e voltam a se encontrar novamente no espelho semi-refletor S_2 , onde se divide novamente, desta vez, uma parte vai em direção ao detector D_1 e outra para o detector D_2 , onde D_1 e D_2 do potenciômetros. Mas o que acontece?

Dado que cada componente se divide em duas partes no espelho semi-refletor S_2 , era de se imaginar que cada detector mediria 50% do feixe, entretanto, isso não ocorre. observa-se que quando a distância percorrida pelos dois componentes forem exatamente iguais e o alinhamento dos espelhos for perfeito, 100% do feixe original irá incidir no detector D_1 e 0% em D_2 .

Se analisarmos novamente a figura 1, percebe-se que há uma superposição construtiva em D_1 e uma superposição destrutiva em D_2 . Se examinar passo a passo, notaremos que o feixe A se aproxima de S_2 com a amplitude $\frac{\Psi_0}{2}$ e com um deslocamento de fase de $\frac{\lambda}{4}$ (consideramos a reflexão que ocorre em E_1 que também introduz essa defasagem); e o feixe B se aproxima com a mesma amplitude, contudo, possui uma defasagem $\frac{\lambda}{2}$ por ciclo, pois acabou sofrendo reflexões em S_1 e E_2 . Como já vimos, no espelho semi-refletor S_2 acaba ocorrendo o mesmo que o espelho semi-refletor S_1 , metade do feixe de A e B são transmitidas e a outra metade são refletidas. A componente que percorreu o caminho A passa direto sem reflexão, e permanece defasada em $\frac{\lambda}{4}$, e passa ter amplitude $\frac{\Psi_0}{2}$ após a divisão da onda; enquanto isso, a componente do feixe B sofre uma reflexão adicional em S_2 , ficando deslocada em $\frac{3\lambda}{4}$, com amplitude $\frac{\Psi_0}{2}$. Com isso, temos uma diferença de $\frac{\lambda}{2}$ entre as componentes que tem a mesma amplitude, e isso acaba acarretando uma superposição destrutiva, ou seja, as amplitudes que atingem D_2 acabam se anulando e nada é detectado. Agora, examinando os feixes que vão em direção a D_1 , a componente que vem do feixe A sofre no total duas reflexões, uma proveniente de E_1 e outra de S_2 , enquanto ao feixe que vem de B também sofre duas reflexões, uma proveniente de S_1 e outra de E_2 . Cada feixe tem um deslocamento de fase $\frac{\lambda}{2}$, e com isso não há nenhuma diferença de fase entre si, resultando em uma superposição construtiva, logo, cada um destes componentes que atingem o detector D_1 tem amplitude $\frac{\Psi_0}{2}$, e eles se somam resultando numa amplitude Ψ_0 igual à do feixe incidente.[8]

2.2 Interferometria para um fóton

Para o interferômetro de Mach-Zenhder clássico, a intensidade inicial que a fonte lança é $2I_0$, mas para transformar esse experimento em quântico, onde a dualidade onda-partícula seja importante, é necessário a diminuição da intensidade dos feixes de tal forma que seja incidido sobre o semi-refletor S_1 poucos fótons. Como a intensidade é reduzida, é necessário a introdução detectores sensíveis a presença de um único fóton.[8]

Como a intensidade é fraquíssima, tornou-se viável a preparação do estado que carregue somente um quantum de energia, ou como foi definido em [8], estado "monofotônico", e esse pacote que contém somente um quantum de energia atingirá o interferômetro num momento bem preciso dentro dos limites impostos pelo princípio de incerteza.

Uma maneira de fazer isso foi realizada por Hong [9], no qual uma fonte emite um feixe de luz e acaba incidindo sobre um cristal sem simetria de inversão, que tem a propriedade de transformar o fóton incidente em dois fótons, sendo que cada fóton tem metade da energia do fóton incidente e são gerados simultaneamente, e estes fótons irão em direções correlacionadas que é um processo conhecido como conversão paramétrica descendente. Então, quando um dos fótons deste par que foi gerado é processado em um detector D, sabe-se que o outro está se aproximando de uma porta óptica P, esta porta óptica abre por um pequeno intervalo de tempo mas que seja suficiente para o fóton passar, com isso, o pacote de ondas que possui apenas um fóton tem o tempo de chegada conhecido no interferômetro [8]

Da mesma maneira que o interferômetro de Mach-Zenhder clássico onde é obtido apenas detecções somente em D_1 , o experimento de Mach-Zenhder para fótons também será semelhante ao comportamento clássico, os fotos irão incidir no detector D_1 e nenhum no detector D_2 .

2.3 Interferômetro de Mach-Zenhder para elétrons

Nesta seção, detalharemos a esquematização do interferômetro Mach-Zehnder para os elétrons, inicialmente iremos admitir que existem duas caixas, A e B, em que podem passar elétrons por elas. Se passarmos muitos elétrons pela caixa A, iremos notar que quase metade deles saem pela parte de cima e outra pela parte de baixo da caixa (Figura 2), isso se considerarmos um grande número de elétrons enviados. Ao repetir esse mesmo processo com a caixa B, notaremos que neste caso, metade sairá pela lateral direita e a outra metade pela lateral esquerda (Figura 3) . [10]

Figura 2 – figura mostrando elétrons entrando na caixa A e saindo por cima ou por baixo dela (retirada da referência [10])

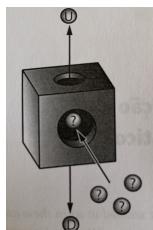
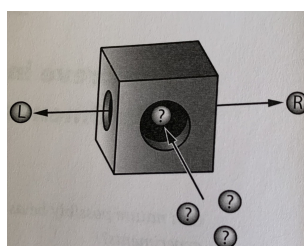


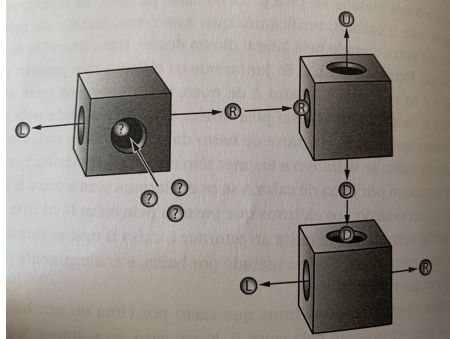
Figura 3 – Figura mostrando elétrons entrando na caixa B e saindo pela direita e pela esquerda dela (retirada da referência [10])



Se juntarmos os elétrons que passam por cima da caixa A e enviarmos novamente para a caixa A, todos saem por cima, entretanto, se agora fizermos os elétrons que saem por cima da caixa A e enviarmos à caixa B, metade sairá pela direita e a outra metade pela esquerda. Já os elétrons que saem por baixo da caixa A, ao passar novamente pela caixa A, sairá novamente por baixo, mas se pegarmos os elétrons que saem por baixo da caixa A e enviarmos para a caixa B, ocorrerá novamente que metade dos elétrons sairão pela esquerda e a outra metade pela direita. Analogamente será se fizermos primeiramente com a caixa B e enviar os elétrons que passaram pela caixa B para a caixa A. [10] Quando os elétrons passa pela caixa A ou B acaba criando uma "propriedade" de sair por cima ou por baixo, no caso da caixa A, pela esquerda ou pela direita, que é o caso da caixa B.

Suponhamos que os elétron que saem à direita da caixa B passe posteriormente pela caixa A. E como vimos antes, ao passar pela caixa A o elétron passa a ter somente dois caminhos, sair por cima ou sair por baixo. Se escolhermos novamente um caminho, nesse caso, iremos pegar os elétrons que saíram por baixo da caixa A e encaminhar novamente para a caixa B (figura 4). Seria esperado que os elétrons que saíram pelo lado direito da caixa B, após serem encaminhados para a caixa A, estes elétrons que saíram por baixo, ao retornar a caixa B, sairiam pela direita. Entretanto, experimentalmente os elétrons que tinham adquirido a propriedade de mover-se pela direita na caixa B, ao passar pela caixa A acabaram perdendo esta mesma propriedade, por isso que quando envia os elétrons novamente para caixa B, eles voltam a ter o comportamento inicial de deslocar-se pela direita ou pela esquerda.[10]

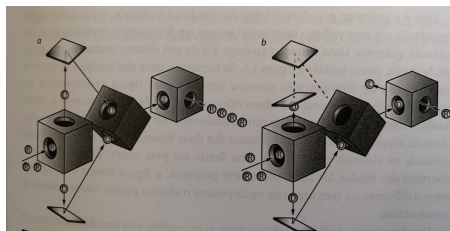
Figura 4 – Figura mostrando elétrons que saíram pela direita da caixa B e retornaram a esta após passarem pela A. Observe que ao passarem pela caixa A, os elétrons perdem a propriedade de saírem pela direita na caixa B (retirada da referência [10])



Inicialmente pensamos que os elétrons só possuem essas propriedades, que são sair por cima ou por baixo da caixa A, ou pela esquerda ou pela direita pela caixa B. Mas percebemos que na verdade, não são 'propriedades fixas dos elétrons pois, ao forçarmos esses elétrons a passar por outra caixa, acabam adquirindo nova propriedade referente a última caixa que passou. [10]

Mas iremos supor agora que os elétrons que saem da caixa B pela direita se dirigem a caixa A. Depois, colocamos um aparato experimental onde os elétrons são conduzidos a uma mesma e única caixa B mais adiante. Este aparato é conhecido como interferômetro de Mach-Zehnder para elétrons. Analisando a Figura 5 temos duas situações, um aparato descrito na situação a em que a caixa A é bombardeada de elétrons, estes elétrons saem por cima e por baixo, mas tanto na parte de cima quanto na parte de baixo há um espelho refletor que encaminha estes elétrons para a caixa B, ou seja, a mesma quantidade de elétrons que passou pela caixa A também passa pela caixa B. Agora na situação b da Figura 5, temos o mesmo experimento descrito anteriormente, contudo é adicionado um absorvedor. [10]

Figura 5 – Figura mostrando o interferômetro de Mach-Zehnder para elétrons. Na parte esquerda da figura está o aparato sem absorvedores. Na parte direita a está o aparato com um absorvedor na parte de cima. (retirada da referência [10])



Colocando um absorvedor de elétrons na região superior do arranjo experimental de forma que só os elétrons que saem por baixo da caixa A que se direcionam a caixa B é

verificado que ao enviarmos N elétrons à caixa A (para um N muito grande), apenas $\frac{N}{2}$ elétrons são registrados após à caixa B, já que a outra metade é absorvida pelo observador de elétrons, e que desta quantidade que se dirige a caixa B, $\frac{N}{4}$ sai pela direita e $\frac{N}{4}$ sai pela esquerda. Se fizermos o inverso, ao invés de colocar o observador de elétrons na parte de cima e colocar na parte de baixo da caixa A, esse mesmo resultado é obtido. Contudo, se não colocarmos observador nenhum de elétrons, esperaríamos registrar N elétrons adentrando a caixa B, com $\frac{N}{2}$ saindo pela direita e $\frac{N}{2}$ saindo pela esquerda. Porém, se enviarmos um a um os elétrons à caixa A, é verificado no final do processo, sem exceção, que todos os elétrons saem da caixa B pela direita e nenhum pela esquerda. [10]

2.4 Descrição quântica

Uma esquematização do interferômetro de Mach-Zehnder pode ser vista em Fig. 6 abaixo.

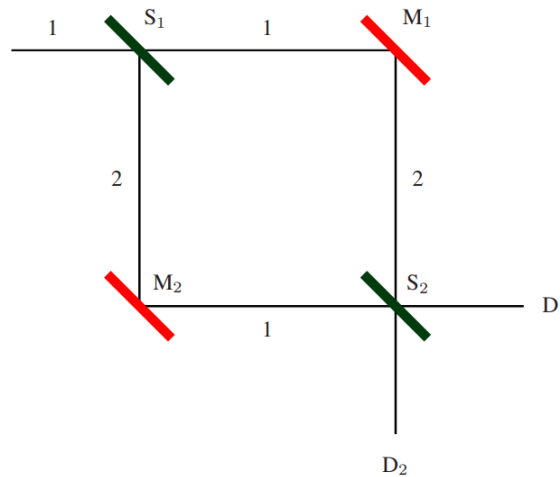


Figura 6 – Interferômetro de Mach-Zehnder (retirado da referência [11])

Usando a notação de Dirac para as descrição dos estados quânticos, os estados bases são ¹

$$|1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad |2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

¹ O Interferômetro de Mach-Zehnder. Instituto de Física na Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), 2014. Disponível em: < https://www.if.ufrj.br/~pef/producao_academica/material_didatico/2014/Tort_IMZ.pdf >. Acesso em: 25 de maio de 2022 às 14:33 [11]

O estado $|1\rangle$ corresponde pelo caminho horizontal feito por A e B, e o estado $|2\rangle$ corresponde pelo caminho vertical feito por A e B. O efeito dos separadores de feixe sobre os estados incidentes são descrito pelo operador:

$$S = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

enquanto que o efeito dos espelhos sobre os estados incidentes é descrito pelo operador:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\varphi} \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

Onde φ é uma fase associada com a diferença de caminho óptico $\Delta\lambda$ entre os dois feixes:

$$\varphi = 2\pi \frac{\Delta l}{\lambda} \quad (2.4)$$

Onde no caso clássico, λ é o comprimento de onda da luz emitida pela fonte coerente. Já no caso quântico, λ deve ser interpretado como comprimento de onda de de Broglie associado com um fóton de energia bem definida.

Iremos supor que o estado inicial seja o autoestado associado com o caminho horizontal:

$$|\psi_{in}\rangle = |1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Com base nisso, teremos a seguinte sequência de representações para as interações entre fóton e o interferômetro:

1. O efeito do primeiro separador de feixe sobre o estado inicial é criar um estado de superposição dado por:

$$|\chi\rangle = S |\psi_{in}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

Note que:

$$|\chi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |2\rangle \quad (2.7)$$

2. O efeito dos espelhos sobre o estado $|\chi\rangle$ gera uma nova superposição quântica dada por:

$$|\xi\rangle = M|\chi\rangle = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\varphi} \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ e^{i\varphi} \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

Note também que:

$$|\xi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{e^{i\varphi}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle + \frac{e^{i\varphi}}{\sqrt{2}} |2\rangle \quad (2.9)$$

3. Finalmente, o segundo separador de feixe produz o estado final

$$|\psi_{out}\rangle = S|\xi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ e^{i\varphi} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + e^{i\varphi} \\ 1 - e^{i\varphi} \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

4. Logo, a probabilidade de detectar um fóton no detector 1 é dada por:

$$P_1 = ||\langle 1|\psi_{out}\rangle||^2 = \frac{1 + \cos \varphi}{2}, \quad (2.11)$$

enquanto que a probabilidade de detectar um fóton no detector 2 é dada por:

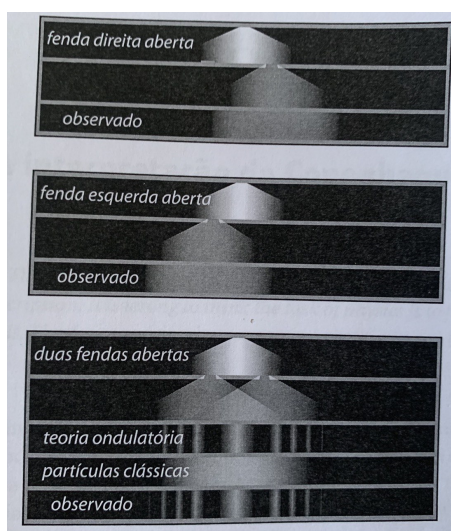
$$P_2 = 1 - P_1 = ||\langle 2|\psi_{out}\rangle||^2 = \frac{1 - \cos \varphi}{2} \quad (2.12)$$

Dessa maneira, a conclusão dada por [11] é que, se $\Delta l = n\lambda$, onde $n = 1, 2, \dots$, segue que $\cos \varphi = 1$ e somente o detector 1 acusará a recepção de fótons. Isto significará que o estado final é igual ao estado inicial, como vimos anteriormente. Isso nos desperta a seguinte pergunta: qual o caminho percorrido por cada elétron desde a caixa A até a caixa B? De maneira clássica, como foi descrito anteriormente, se o elétron vai por cima ou por baixo da caixa A, deveria ser observado, na falta de observadores, o que acontece quando um deles está presente já que ele não deveria interferir no caminho do elétron que onde ele não se encontra. Dessa forma, os elétrons deveriam sair tanto pela direita e quanto pela esquerda da caixa B, mas isso também não ocorre. Poderíamos pensar que os elétrons não passa por nenhum destes caminhos, entretanto, ao colocarmos observadores de elétrons tanto na parte de cima quanto na parte de baixo da caixa A, não é observado nenhum elétron saindo da caixa B. Também poderíamos pensar que os elétrons passe pelas duas regiões e segue um caminho tortuoso, mas se colocarmos dois detetores de elétrons sem absorvê-los, um na parte de cima e outro na parte de baixo do arranjo, esses detetores tem função de registrar a passagem do elétron porém sem absorvê-los, é verificado que só um deles realiza este registro, ou seja, também não é este o caso.[8]

Esse é o primeiro paradoxo da mecânica quântica que é decorrente da insistência de se usar velhos conceitos clássicos em fenômenos que envolvem interferência quântica. Uma situação semelhante é o experimento da fenda dupla (Figura 7). Se fecharmos um dos lados da fenda e lançarmos elétrons pelo sistema, observamos uma figura característica

no anteparo. Se fecharmos a outra fenda, teríamos a mesma figura só que um pouco deslocada. Mas ao deixarmos as duas fendas abertas, iríamos esperar encontrar a soma das figuras observadas anteriormente, entretanto, a figura obtida é completamente diferente do observado, considerando que a abertura das fendas seja suficientemente pequena[8].

Figura 7 – Figura da interferência da fenda dupla. Na parte direita da figura compara-se o resultado que seria obtido por partículas clássicas com o que é obtido por partículas quânticas (retirada da referência [10])



3 O Problema da Medição

Feita uma introdução aos sistemas quânticos no capítulo anterior, iremos discutir agora o problema da medição na mecânica quântica a partir de diferentes interpretações da mecânica quântica.

3.1 Medições diretas na mecânica quântica

A medição é apenas mais um processo físico, e a estrutura do dispositivo de medição deve, em princípio, ser representável da mesma forma que a estrutura de qualquer outro dispositivo físico.

Não há perspectiva de que algo semelhante esteja disponível na mecânica quântica se for necessário que a estrutura do sistema seja a do mundo macroscópico que observamos. As razões são simples: suponha que temos algum sistema quântico de dois estados (digamos que seja o spin de um elétron), cujos os possíveis estados são $|+\rangle$ (spin 'up'), $|-\rangle$ (spin 'down'), e superposições dos mesmos, tendo em vista que o espaço de Hilbert desse sistema seja o H_s . E suponha também que temos algum dispositivo cuja tarefa é medir o spin, no qual o espaço de Hilbert é H_m . [4]

Se o estado quântico realmente representa a estrutura do mundo físico, então, deve haver algum estado $|'ready'\rangle$ de H_m que representa o dispositivo de medição antes que qualquer medição seja feita. [4]

Além disso, a experiência nos diz que qualquer medição de spin em tal sistema tem apenas dois resultados possíveis: spin up e spin down. Portanto, devem existir os estados $|up\rangle$ e $|down\rangle$ de $H_s \otimes H_m$ que representam o estado conjunto do dispositivo de medição e da partícula após a medição, e em que o resultado dado é 'up' ou 'down'. [4]

Agora, se a medição deve realmente ser um processo dinâmico, o próprio processo de medição deve ser representado por alguma transformação unitária $\hat{U}$. E sabemos que a forma que $\hat{U}$ deve assumir, porque sabemos que no caso limite em que o sistema tem estado $|+\rangle$ ou $|-\rangle$, a medida fornece deterministicamente 'up' ou 'down' respectivamente. Ou seja, devemos ter

$$\hat{U} |+\rangle \otimes |'ready'\rangle = |up\rangle \quad (3.1)$$

e

$$\hat{U} |-\rangle \otimes |'ready'\rangle = |down\rangle \quad (3.2)$$

Mas a dinâmica é unitária e linear. Então agora sabemos o que acontece se medirmos o spin de um estado arbitrário do elétron:

$$\hat{U}(\alpha|+\rangle + \beta|-\rangle)|'ready'\rangle = \alpha|up\rangle + \beta|down\rangle \quad (3.3)$$

No entanto, sabemos que o resultado da medição deve ser 'up' ou 'down', não há um terceiro resultado para $\alpha|up\rangle + \beta|down\rangle$ para representar.

Com isso, nos lembra que Henry Margenau e Louis de Broglie salientou uma tese de que todas as medições quânticas são em última instância, determinações da posição. No entanto, não é só a medição direta de posição que fornece informações sobre um sistema quântico: em medições de intensidade de um campo, faz-se contagem de número de eventos quânticos. Tal contagem de quanta, cada qual com uma energia discretizada, pode ser vista como uma medição de energia. Enfim, pode-se defender a tese de que todas as medições diretas na mecânica quântica e também na clássica são determinações de posição e contagem de eventos [8].

3.2 Interpretações sobre as medições em mecânica quântica

Segundo a referência [8] há diferentes interpretações sobre a medição de uma posição. Se um experimento fornecer uma posição x para uma partícula, o que se deve dizer sobre a existência prévia desse valor medido de posição? Para responder isso, o autor define as seguintes interpretações:

1. *Interpretação Ondulatória.* No caso em que um objeto quântico encontra-se em uma superposição de auto-estados de posição (ou seja, a função de onda $\psi(x)$ não é fortemente centrada em torno de um valor de x), não se pode atribuir um valor bem definido para a posição. Após a medição, supondo-se que o valor de x_0 foi obtido, ocorre um colapso da onda espalhada para uma onda fortemente centrada em torno de x_0 (segundo o postulado da projeção). Após a medição, então, pode-se atribuir um valor bem definido para a posição, mas não antes [8].
2. *Interpretação Corpuscular.* Nesta interpretação, é usual aceitar-se que as medições de posição são fidedignas: elas revelam o valor da posição possuído pela partícula antes do processo de medição. Além disso, logo após a medição a posição da partícula permanece a mesma. No entanto, para explicar adequadamente experimentos em que observáveis incompatíveis são medidos em sucessão, é preciso admitir que a medição de posição provoca um distúrbio incontável e imprevisível no momento da partícula (da mesma forma suposta por Heisenberg em sua derivação semi-clássica da incerteza) [8].

3. *Interpretação Dualista Realista.* Segundo esta visão, medições de posições são fidedignas, revelando o valor possuído antes da medição. Tal medição provoca uma alteração rapidíssima na onda associada, o que afeta o momento de maneira imprevisível [8].
4. *Interpretação de Complementariedade.* Para uma interpretação de que tende a atribuir realidade apenas para o que é observado, a rigor não faz sentido perguntar qual era apenas a posição de um objeto quântico antes da medição. Tal objeto só passaria a ter um valor bem definido de posição (ou de outro observável) após ele ter interagido com o aparato de medição e o resultado x ter sido obtido [8].

3.3 Medidas de 1ª espécie

Utilizando a interpretação de von Neumann, iremos imaginar em um sistema quântico que $\hat{S}$ seja o observável medido e $|s_i\rangle$ seus autoestados: $\hat{S}|s_i\rangle = s_i|s_i\rangle$. Seja $|x\rangle$ um 'autoestado' do operador posição do centro de massa do ponteiro do aparato de medida: $\hat{X}|x\rangle = x|x\rangle$. Numa medida de primeira espécie, a interação entre o aparato e o objeto de medida acontece num intervalo de tempo finito, e durante esse intervalo, essa interação é mais importante do que qualquer outra. Fora deste intervalo de tempo, o sistema se encontra isolado do aparato de medida e podemos escrever o estado de ambos como um produto tensorial de estados pertencentes a seus respectivos espaços de Hilbert: $|\Psi\rangle = |\varphi_S\rangle \otimes |\varphi_A\rangle$. A interação irá introduzir uma correlação entre estes estados. Se o estado inicial do sistema é um autovetor de $\hat{S}$, a medida não alterará, mas certamente modificará o estado do aparato de medida por algo proporcional ao valor correspondente a este autoestado, para que ele possa registrar esse valor. Assim, o operador correspondente a esta interação deve mudar o estado inicial antes da medida para o estado final da seguinte maneira:

$$\hat{U}_I |s_i\rangle \otimes |x\rangle = |s_i\rangle \otimes |x + \lambda s_i\rangle \quad (3.4)$$

onde $\hat{U}_I$ é o operador de evolução relativo à interação, e λ uma constante de acoplamento.[10]

Uma realização desta interação pode ser obtida da Hamiltoniana $\hat{H}_I = -g(t)\hat{S} \otimes \hat{P}$, onde $\hat{P}$ é o momento canonicamente conjugado à posição $\hat{X}$ do ponteiro, $[\hat{X}, \hat{P}] = i\hbar$. Utilizando a representação da interação e supondo que $g(t)$ é diferente de zero somente no intervalo $-\epsilon < t < \epsilon$, quando domina sobre todos os outros efeitos, então podemos escrever $\hat{U}_I = \exp\left(-i\lambda\hat{S} \otimes \frac{\hat{P}}{\hbar}\right)$ e chegar na equação (3.4), onde

$$\lambda = \int_{-\epsilon}^{\epsilon} g(t)dt$$

então

$$\exp\left(-i\lambda\hat{S} \otimes \frac{\hat{P}}{\hbar}\right) |s_i\rangle \otimes |x\rangle = |s_i\rangle \otimes \exp\left(-i\lambda\hat{S} \otimes \frac{\hat{P}}{\hbar}\right) |x\rangle = |s_i\rangle \otimes |x + \lambda s_i\rangle \quad (3.5)$$

onde, usamos $\exp\left(-i\lambda\hat{S} \otimes \frac{\hat{P}}{\hbar}\right)$ como um operador de translação para x . [10]

Se agora, tomarmos o estado inicial o vetor de estado

$$|\Psi\rangle = |\varphi_S\rangle \otimes |\varphi_A\rangle \quad (3.6)$$

estamos supondo que os autovalores de s_i e x são discretos e contínuos, respectivamente, temos que

$$|\varphi_S\rangle = \sum_i c_i |s_i\rangle$$

e

$$|\varphi_A\rangle = \int f(x) |x\rangle dx,$$

obtemos para o estado final, como consequência da linearidade da evolução quântica,

$$|\Psi_F\rangle = \sum_i c_i |s_i\rangle \otimes |\varphi_A(s_i)\rangle \quad (3.7)$$

onde $|\varphi_A(s_i)\rangle = \int f(x) |x + \lambda s_i\rangle dx = \int f(x - \lambda s_i) |x\rangle dx$. [10]

Suponhamos que $f(x)$ seja gaussiana centrada em $x=0$ com incerteza de Δx , e iremos assumir que a diferença entre dois autovalores vizinhos, s_i e s_j , do operador $\hat{S}$ seja muito maior que Δx , $s_{i+1} - s_i \gg \Delta x$, então

$$\langle \varphi_A(s_i) | \varphi_A(s_j) \rangle = \delta_{ij} \quad (3.8)$$

A equação (3.7) indica que o estado final do conjunto é uma superposição ortogonal de estados, onde cada um contém um autovetor $\hat{S}$, e associado a ele, um autovalor s_i , com isso, o estado do aparato de medida estará centrado em $x = \lambda s_i$, ou seja, não estará centrado em $x = 0$ que é o estado inicial. Se observamos o ponteiro centrado em $x = \lambda s_i$, logo o autovalor será s_i e o autoestado do sistema observado estará $|s_i\rangle$, ou seja, estados do aparato estão correlacionados com os autoestados do observável $\hat{S}$. [10]

Contudo, não concluímos o processo de medida, precisaremos de outro aparato para observar o ponteiro. Consideremos, por exemplo, um observador externo que esteja apto a medir o sistema composto, isto é o sistema original $\hat{S}$ quanto o operador $\hat{X}$ da posição do ponteiro, através de uma interação similar descrita na equação (3.4)

$$|s_i\rangle \otimes |x_1\rangle \otimes |x_2, y_1\rangle \rightarrow |s_i\rangle \otimes |x_1 + \lambda_1 s_i\rangle \otimes |x_2 + \lambda_1 s_i, y_1 + \lambda_2 x_1\rangle \quad (3.9)$$

onde $|x_2, y_1\rangle$ é o "autoestado" de posições dos ponteiros de um aparato capaz de medir tanto o estado $|s_i\rangle$ quanto o estado $|x_1\rangle$. Considerando, como antes, superposições iniciais

$$|\Psi_0\rangle = |\varphi_S\rangle \otimes |\varphi_{A_1}\rangle \otimes |\varphi_{A_2}\rangle \quad (3.10)$$

com

$$|\varphi_S\rangle = \sum_i c_i |s_i\rangle,$$

$$|\varphi_{A_1}\rangle = \int f_1(x_1) |x_1\rangle dx_1$$

e

$$|\varphi_{A_2}\rangle = \int f_2(x_2, y_1) |x_2, y_1\rangle dx_2 dy_1$$

obtemos, para o estado final:

$$|\Psi_F\rangle = \sum_i c_i |s_i\rangle \otimes |\varphi_{A_1}(s_i)\rangle \otimes |\varphi_{A_2}(s_i)\rangle \quad (3.11)$$

onde

$$|\varphi_{A_1}(s_i)\rangle = \int f_1(x_1 - \lambda s_i) |x_1\rangle dx_1$$

e

$$|\varphi_{A_2}(s_i)\rangle = \int f_2(x_2 - \lambda_1 s_i, y_1 - \lambda_2 \lambda_1 s_i) |x_2, y_1\rangle dx_2 dy_1$$

Consideramos f_1 e f_2 funções normalizadas bastante apertadas em torno de zero e que $\lambda_2 \Delta x_1 \ll \Delta y_1$. [10]

Em cada ramo, há uma correlação perfeita entre os estados $|s_i\rangle$, o aparato 1 medindo o autovalor s_i e o aparato 2 também, mas a posição do ponteiro 1 indicava um valor colapsado. Entretanto, o estado em (3.11) continua em uma superposição descrevendo várias potencialidades de resultados de uma medida quântica, mas sem indicar qual deles é obtido. Se colocarmos um terceiro aparato iria prolonga cada ramo, mas continuaria sendo uma superposição conhecida como cadeia de von Neumann [10].

Um problema importante que é relativo a este modelo de medida, é saber o que estamos medindo. Supondo que $|\varphi_A(s_i)\rangle$ forme uma base do espaço de Hilbert do aparato, poderíamos reescrever a expressão (3.7) em termos de outra base, $|\varphi_A(r_j)\rangle = \sum_i |\varphi_A(s_i)\rangle \langle \varphi_A(s_i) | \varphi_A(r_j) \rangle$

$$|\Psi_F\rangle = \sum_j d_j |r_j\rangle \otimes |\varphi_A(r_j)\rangle \quad (3.12)$$

onde definimos novos estados $|r_j\rangle$ relativos ao sistema observado, $d_j |r_j\rangle \equiv \sum_i c_i \langle \varphi_A(s_i) | \varphi_A(r_j) \rangle |s_i\rangle$, e d_j é uma constante de normalização. Se os coeficientes c_i têm módulo independente de s_i , pode mostrar que os estados $|r_j\rangle$ são ortonormais e portanto será associado a algum observável $\hat{R} \equiv \sum_j f_j |r_j\rangle \langle r_j|$, onde f_j é associado ao autoestado r_j , e, com isso, obtemos

outros estados do sistema medido, relacionados a outro observável. Mas então, o que foi medido, o observável $\hat{R}$ ou o $\hat{S}$? Este é o problema da ambiguidade do ponteiro.[10]

Ou seja, o estado $|\Psi_F\rangle$ é uma superposição quântica e portanto não pode descrever a situação clássica de medida.

3.4 Qual o problema da medição?

Heisenberg sugeriu que um colapso ou redução de estado ocorreria com uma medição ou observação e essa sugestão foi amplamente aceita, mas o que queremos saber o que constituiria exatamente essa medição? Como ocorre um colapso gerado por medir, porque é chamado de problema geral da medição [8]?

John von Neumann tenta responder o problema falando que a perda de coerência é descrita pelo postulado de projeção, que acompanha qualquer ato da observação [8].

Com isso se desdobram dois problemas causados por essa solução. O primeiro pode ser chamado de *problema da caracterização*. Em quais condições deve ser aplicado o postulado de projeção, e se ele acompanha uma medição, o que caracterizaria uma observação ou medição? É a presença de um observador consciente? Ou é a obtenção de um registro macroscópico? O acoplamento com o ambiente? É a amplificação? Qual etapa do processo de medição é responsável pelo colapso? Poderia haver colapso sem a medição [8]?

Ludwig sugeriu que pequenas não-linearidades na equação de Schrödinger poderiam se tornar significativas durante a interação entre as partículas e o aparato de medição [8].

Uma explicação para o colapso, conhecida como abordagem subjetivista, afirma que o colapso seria causado apenas quando o sistema quântico interagisse com a consciência do observador [8].

Além disso, há uma outra explicação, é a tese dos estados relativos proposto por Everett, que postulou que o universo é descrito por uma única função de onda, que evoluiria deterministicamente de acordo com a equação de Schrödinger [8].

O segundo problema surge a partir de von Neumann e tem sido chamado de *problema da completeza*. De acordo com von Neumann, na última seção do seu livro, o resultado de uma medição é indeterminado porque "o estado do observador antes da medição não é conhecido de maneira exata. É concebível que tal mecanismo poderia funcionar, porque o estado de informação do observador em relação ao seu próprio estado poderia ter limitações absolutas, pelas leis da natureza".

Essa tese consistiria numa alternativa *criptodeterminista* para a formulação usual da mecânica quântica, que significa, etimologicamente, determinismo escondido. Segundo este ponto de vista, as leis da natureza seriam deterministas. A imprevisibilidade dos

resultados das medições individuais seria fruto do conhecimento incompleto que temos a respeito do estado inicial de sistemas em interação com o objeto [8].

Se uma explicação criptodeterminista fosse possível, as leis da mecânica quântica seriam "completas" sem a necessidade do postulado de projeção [8] .

O estatuto dos dois problemas da medição apresentados são diferentes O problema da caracterização requer uma resposta positiva, enquanto o problema da completeza pode bem ser respondido com uma negação ou mostrado como insolúvel. Entretanto, as questões não são independentes: se o problema da completeza obtiver uma resposta positiva, então o problema da caracterização também será resolvido [8].

4 Interpretação de Muitos Mundos

4.1 Teoria de Everett

Everett queria uma formulação da mecânica quântica que possa ser aplicada em qualquer sistema físico, inclusive em sistemas fechados que não estejam sujeitos a observação, como é o caso do Universo. Ou seja, seu objetivo era generalizar a mecânica quântica, no qual, essa teoria fosse auto suficiente para que se possa obter a mecânica clássica a partir dela, como um subproduto. Segundo Pinto Neto [10], Everett parte das seguintes hipóteses básicas para conseguir formular a sua interpretação da mecânica quântica:

1- Qualquer sistema físico sujeito a uma observação externa pode ser considerado como parte de um sistema maior isolado.

2- Sempre existe uma função de onda suficientemente complexa capaz de fornecer uma descrição matemática completa de todo e qualquer sistema físico isolado, inclusive o próprio Universo.

3- A evolução desta função de onda é linear e unitária em qualquer situação.

Partindo dessas hipóteses, Everett, observa um sistema composto, ou seja, que é originado a partir de outros subsistemas. Analisando um sistema S composto de dois subsistemas S_1 e S_2 , no qual, cada um é associado a um espaço de Hilbert H_1 e H_2 , respectivamente, temos $H = H_1 \otimes H_2$, cujas bases são $|s_i\rangle_1$ e $|r_j\rangle_2$ formam bases completas do espaço de Hilbert H_1 e H_2 de S_1 e S_2 respectivamente [10]. Como o dois sistemas S_1 e S_2 são emaranhados, não é possível definir o estado do subsistema S_2 sem referir a algum estado de S_1 . Mas, esta relação pode ser determinadas, considere o estado emaranhado:

$$|\Psi\rangle = \sum_{ij} c_{ij} |s_i\rangle_1 \otimes |r_j\rangle_2 \quad (4.1)$$

Podemos achar estados relativos S_2 , *estados relativos* ao estados $|s_k\rangle_1$ de S_1 . Assim, o estado de S_2 relativo a um estado de $|s_k\rangle_1$ de S_1 pode ser definido como

$$|\Psi\rangle_2^{rel1} \equiv N_k \sum_j c_{kj} |r_j\rangle_2 \quad (4.2)$$

onde N_k é uma constante de normalização. Poderíamos fazer o inverso e atribuir um estado físico ao sistema S_1 relativo a $|r_k\rangle_2$ de S_2 , ou seja, ambos subsistemas de S possuiriam estados relativos uns aos outros. Após escolhermos um estado $|r_k\rangle_2$ de S_2 , os estados relativos de S_1 não dependeriam da escolha de base para S_1 , só dependeria de $|r_k\rangle_2$ [3].

Dessa maneira, o estado relativo implica que não existe um estado absoluto de subsistema quando ele faz parte de um sistema composto. Pode-se escolher um estado de um subsistema e pode ser levado ao estado relativo do resto do subsistema. Na interpretação de Copenhague, a equação 4.2 nos fornece a probabilidade condicional de qualquer medida realizada em S_2 sendo que o sistema S_1 foi observado e se encontra no estado $|s_k\rangle_1$ [10]. Podemos reescrever o estado como:

$$|\Psi\rangle = \sum_k \frac{|s_k\rangle_1}{N_k} \otimes |\Psi\rangle_2^{rel1} \quad (4.3)$$

Podemos perceber que o estado absoluto do sistema não tem sentido.

A proposta de Everett é de utilizar a noção da relatividade dos estados para podermos compreender como acontece os processos de medição da mecânica quântica. Segundo Freitas e Freire Jr. [3], eles seguem a seguintes etapas para estudar o processo de medição:

- 1- Tratar de um processo de medição qualquer;
- 2- Incluir o observador dentro do processo, fazendo com que perceba resultados específicos (relativos);
- 3- Tratar a consistência dos resultados após medições repetidas;
- 4- Incluir mais de um observador no sistema

Sabendo que uma descrição quântica de medidas de primeira espécie irá introduzir uma correlação entre os estados que é dada por

$$|\Psi_F\rangle = \sum_i c_i |s_i\rangle \otimes |\varphi_A(s_i)\rangle \quad (4.4)$$

ao final da medida, onde $|\psi_A(s_i)\rangle = \int f(x) |x + \lambda s_i\rangle dx = \int f(x - \lambda s_i) |x\rangle dx$, x representa a posição do centro de massa e o $|s_i\rangle$ são os autoestados do operador medido que possui autovalores s_i . Conforme Everett, o conceito de estado relativo implicava que "De um modo geral, não existe um estado absoluto de um subsistema que faz parte de um sistema composto. Isto é, subsistemas nunca possuem estados independentes em relação ao resto do sistema, de modo que os subsistemas estão geralmente correlacionados entre si. Pode-se escolher arbitrariamente um estado para um dos sistemas e ser levado ao estado relativo do resto (do sistema). Assim, lidamos com uma *relatividade de estados fundamental*, implicada pelo formalismo de sistemas compostos. Não tem sentido perguntar qual o estado absoluto de um sistema - só é possível perguntar qual seu estado relativo a um dado do remanescente sistema". Em outras palavras, não se pode definir um estado absoluto, só podem definir seus estados relativos ao autoestado $|s_i\rangle$ do operador medido. Então, o estado relativo ao autoestado $|s_k\rangle$ é $|\varphi_A(s_k)\rangle$ [10, 12, 3].

Entretanto, isso ainda não conclui um processo de medida. Se faz necessário um aparato que possa medir tanto o operador $\hat{S}$ quanto ao operador $\hat{X}$ da posição, assim,

encontramos a função de onda

$$|\Psi_F\rangle = \sum_i c_i |s_i\rangle \otimes |\varphi_{A_1}(s_i)\rangle \otimes |\varphi_{A_2}(s_i)\rangle \quad (4.5)$$

onde,

$$|\varphi_{A_1}(s_i)\rangle = \int f_1(x_1 - \lambda_1 s_i) |x_1\rangle dx_1$$

e

$$|\varphi_{A_2}(s_i)\rangle = \int f_2(x_2 - \lambda_1 s_i, y_1 - \lambda_1 \lambda_2 s_i) |x_2, y_1\rangle dx_2 dy_1$$

O estado relativo a $|s_k\rangle$ é $|\varphi_{A_1}(s_k)\rangle \otimes |\varphi_{A_2}(s_k)\rangle$ [10].

O que Everett tenta descrever na equação 4.5 é a superposição de vários ramos, no qual, cada um deles contem os estados relativos ao sistema medido, onde os aparatos de medidas concordam com o valor s_k . Ou seja, não há ambiguidade nos ramos sobre o que foi medido. Se faz necessário que esses ramos não se sobreponham para que seja improvável que aconteça uma possível interferência.

Ou seja, um subsistema físico irá corresponder somente o seu observador, mas isso não quer dizer que seu estado é absoluto, só é relativo ao estado observado do sistema. O observador irá perceber só este estado, mas isso não irá significar que os outros estados não existam.

4.2 Os vários mundos

Vimos, anteriormente, que a equação (4.5) descreve vários ramos, ou seja, se vários ramos descrevem as diferentes realidades possíveis oriundas da medida de um observável, então cada uma delas deve conter diferentes estados de observadores: afinal, os observadores percebem apenas um dos possíveis valores e não todo o conjunto de probabilidades. Ou seja, cada ramo deve ser bastante complexo para poder representar diferentes estados de observadores, mas o que são estes estados?

Com a interpretação de Everett acabou surgindo algumas abordagens. Há uma abordagem que fala sobre a existência de várias mentes, e que estes estados são diferentes 'mentes', no qual, mente é uma sequência de dados razoavelmente robustos, armazenados no sistema físico que caracteriza o observador, constituindo a sua memória [10].

Mas também uma outra abordagem que foi sugerida por DeWitt, onde as ramificações representam os diferentes sistemas físicos, ou seja, haveria uma multiplicidade do universo, sendo que tudo isso é descrito por uma função de onda e cada vez que realiza uma medida sobre essa função, há uma nova ramificação [10].

Além dessas duas abordagens, há uma que é o meio termo entre as abordagens anteriores, que é vários mundos. Segundo Pinto Neto

"(...)a noção de mundo é definida pela mente do observador, uma cadeia local de eventos que ele percebe e constitui algo que ele denomina dessa forma. (...) Por isso o mundo que para o observador faz sentido não pode ser constituído por estados não localizados, não há mundo sensível não local. Observadores que pudessem perceber apenas estados não localizados teriam desvantagens sobre os que veem estados localizados, pois estes são estáveis por interações físicas locais e os outros não o são. Um estado puro não local se transforma numa mistura pela decoerência causadas por interações físicas locais, e por isso são instáveis. Como a entropia de uma mistura é maior que a de um estado puro, há perda de informação para este observador no processo. Assim, apenas a observação de mundos não locais é capaz de gerar informações estáveis para aquele que observa"[10] .

A necessidade de um mundo ser localizado demanda numa diferente maneira de escolher a base do ponteiro sem usar a decoerência. Exemplo disso, a expansão de $|\Psi_F\rangle$ usada no capítulo anterior

$$|\Psi_F\rangle = \sum_i c_i |s_i\rangle \otimes |\varphi_A(s_i)\rangle \quad (4.6)$$

com $|\varphi_A(s_i)\rangle = \int f(x - \lambda s_i) |x\rangle dx$, pode também ser escrita nos termos de outra base, $|\varphi_A(r_j)\rangle = \sum_i |\varphi_A(s_i)\rangle \langle \varphi_A(s_i) | \varphi_A(r_j) \rangle$ na forma

$$|\Psi_F\rangle = \sum_j d_j |r_j\rangle \otimes |\varphi_A(r_j)\rangle \quad (4.7)$$

Entretanto, $|\varphi_A(r_j)\rangle$ não é um estado localizado e sim uma superposição dos estados localizados $|\varphi_A(s_i)\rangle$ e, portanto, não pode representar um mundo de um observador. Logo, a única expansão possível em mundos localizados é a da equação (3.7). A decoerência, neste caso, acaba justificando a inexistência dos observadores que possuem percepções não locais, em outras palavras, os observadores que possuem percepções localizadas são os que definem uma base preferencial com mundos locais [10].

Mas como podemos entender o experimento de interferência quântica na teoria de Everett? Na experiência das caixas da seção 2.2, ao passar pela caixa A o elétron se encontra no estado

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|z_+\rangle \otimes |\Psi_u\rangle + |z_-\rangle \otimes |\Psi_d\rangle) \quad (4.8)$$

os estados $|\Psi_u\rangle$ e $|\Psi_d\rangle$, na representação das coordenadas, correspondem a função de onda localizadas na parte de cima e na parte de baixo da caixa A, Será que neste caso houve uma bifurcação de mundos, um deles com o elétron viajando por cima e o outro com elétron viajando por baixo da caixa A, enquanto seus respectivos pacotes localizados não se superpõem? A decoerência não justifica a escolha de base que foi utilizada na equação

(4.8), pois poderíamos escrevê-la como

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{2}[(|x_+\rangle + |x_-\rangle) \otimes |\Psi_u\rangle + (|x_+\rangle - |x_-\rangle) \otimes |\Psi_d\rangle] = \frac{1}{2}[|x_+\rangle \otimes (|\Psi_u\rangle + |\Psi_d\rangle) + |x_-\rangle \otimes (|\Psi_u\rangle - |\Psi_d\rangle)] \quad (4.9)$$

Se pudéssemos estender a ideia de uma preferência de estados localizados também para as partículas quânticas, a expansão em (4.8) é a única possível. Neste caso, a ramificação e vários mundos não aconteceria somente em uma situação onde ocorre uma interação característica de uma medida quântica mas, em qualquer processo onde uma ramificação de estados localizados se realiza mesmo que estes estados sejam referentes a partícula quânticas [10].

David Deutsch [13] argumenta que numa experiência de interferência quântica, a situação final onde o elétron só sai pelo lado direito da caixa B não se realiza se colocarmos um absorvedor de elétrons em uma das regiões do aparato. Neste caso, ele poderá sair tanto pela esquerda quanto pela direita. Ou seja, a interferência só não ocorre se colocarmos um absorvedor, ou se colocarmos absorvedores de outras partículas mas que deixa passar elétrons. Dessa maneira, aquilo que interfere com o elétron passa a se comportar como elétron que, no entanto, deixa nenhum registro de sua passagem, mesmo no absorvedor. Segundo Deutsch, a conclusão lógica é que o elétron jamais sai pelo lado esquerdo da caixa B devido à interferência de um outro elétron vindo de outro mundo, justamente esse que surgiu no momento que ocorre a bifurcação quando o elétron passa pela caixa A. Após a bifurcação, os dois mundos são idênticos, à exceção dos dois elétrons que se encontram em localizações diferentes. Quando os elétrons se encontram, os mundos se tornam absolutamente idênticos, e então acontece a interferência, ou seja, somente nesta situação que um mundo pode ser percebido pelo outro, em outras palavras, quando eles são absolutamente iguais [10].

Mas porque a presença de um absorvedor destrói a figura de interferência, restando o elétron do outro mundo, mas sem registrar a presença dele? Simplesmente porque existe, no outro mundo, um absorvedor idêntico feito com átomos do outro mundo que não deixa o outro elétron passar. Caso o outro absorvedor não existisse no outro mundo, os dois mundos seriam permanentemente diferentes e, portanto, jamais poderia haver interferência entre eles. Portanto, o elétron do outro mundo deverá ser absorvido pelo absorvedor do outro mundo [10].

4.3 Probabilidades

Como seria possível estabelecer uma noção de probabilidade se na teoria de Everett todos os realizados possíveis se realizam [10].

Sejam N sistemas físicos, todos no mesmo estado

$$|\phi\rangle = \sum_i^M c_i |si\rangle$$

Se fizermos medidas em sequência em N sistemas, obtemos como função de onda final o resultado

$$|\Psi_N\rangle = \sum_{i_1, \dots, i_N}^M c_{i_1} \dots c_{i_N} |s_{i_1}\rangle \otimes \dots \otimes |s_{i_N}\rangle \otimes |\varphi_A(s_{i_1}, \dots, i_N)\rangle$$

onde

$$|\varphi_A(s_{i_1}, \dots, i_N)\rangle = \int f(x_1 - \lambda_{s_{i_1}}) \dots f(x_N - \lambda_{s_{i_N}}) |x_1\rangle \otimes \dots \otimes |x_N\rangle dx_1 \dots dx_N$$

Ou seja, cada ramo irá conter uma sequência de autovalores, cuja a distribuição estará sujeita a uma análise estatística. Se retirarmos de Ψ_F os ramos onde $\sum_k^M |f(s_k; s_{i_1}, \dots, i_N) - c_k|^2 \epsilon$ onde ϵ é um número pequeno maior que zero, formando o estado $|\Psi_N^\epsilon\rangle$, então, se tomarmos o limite $N \rightarrow \infty$ teremos

$$\lim_{N \rightarrow \infty} (|\Psi_N\rangle - |\Psi_N^\epsilon\rangle) = 0$$

para qualquer $\epsilon > 0$. Nesse caso realista, no qual o N é grande, os estados que não satisfizerem a regra de Born têm pequena amplitude, mas aí estaremos associando estas pequenas amplitudes a uma medida de probabilidade, sem qualquer justificativa. Estão requerendo, além da frequência, uma outra medida de probabilidade [10].

Se a regra de Born é satisfeita, o conhecimento do valor de c_k pode ser bastante útil. Suponhamos que o elétron do experimento das caixas saiba mecânica quântica, e saiba apostar. Ao tomar o caminho de cima do aparato, no qual o mundo é descrito por $|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |z_+\rangle \otimes |\Psi_u\rangle$, um ser altamente complexo e inteligente afirma que na sua frente está a caixa B. Ele irá propor uma aposta: se o elétron sair da caixa B pela direita, ele pagará mil reais, mas se não sair pela direita, o elétron irá receber um milhão de reais. Se o elétron não acredita na interpretação de muitos mundos, e ele sabe que antes passou pela caixa A e está na parte de cima dela, então ele tem conhecimento que está no estado de spin $|z_+\rangle$, ou seja, ele está ciente que tem 50% de chance de sair pelo lado direito ou esquerdo da caixa B. Contudo, se ele estiver ciente da interpretação de muitos mundos e sabendo que ele era um elétron no estado $|x_+\rangle$ antes de entrar na caixa A, ele sabe que existe um elétron num outro mundo com o mesmo $c_k = \frac{1}{\sqrt{2}}$ que o dele. Sendo assim, o experimentador pode arranjar que eles interfiram, impondo que o elétron saia pelo lado direito, neste caso o elétron não aceita a aposta. Seja agora que o elétron estivesse no estado $|\Psi\rangle = (\alpha |z_+\rangle + \beta |z_-\rangle) \otimes |\Psi_{coordenada}\rangle$ com $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ antes de entrar na caixa A tem os c_k 's dado por α e β . Se o experimentador fazer o arranjo, o estado final após a caixa B será:

$$|\Psi\rangle_F = \left(\frac{(\alpha + \beta)}{\sqrt{2}} |x_+\rangle \otimes |\Psi_R\rangle + \frac{(\beta - \alpha)}{\sqrt{2}} |x_-\rangle \otimes |\Psi_L\rangle \right) \quad (4.10)$$

Assim, neste caso, a razão entre as probabilidades de sair tanto pela esquerda quanto pela direita da caixa B é dada por

$$\frac{P_L}{P_R} = \frac{|\alpha - \beta|^2}{|\alpha + \beta|^2} \quad (4.11)$$

se $\alpha = \beta = \frac{1}{\sqrt{2}}$, a probabilidade de sair pela esquerda é zero, mas se $\alpha \gg \beta$, as probabilidades são praticamente idênticas, próximas de 50% [10].

5 Conclusão

Ao decorrer do trabalho, pudemos analisar a teoria de Everett, ver como a sua proposta solucionaria o problema da medição e que com uma nova interpretação de DeWitt, abriu portas para novas formulações, como os vários mundos, várias mentes, entre outras. Para isso, fizemos uma revisão de textos encontrados nas referências [4, 14, 15]

Por causa de sua abordagem incrivelmente criativa, que chocou os físicos da época mais do que os surpreendeu, o processo de criação de sua teoria não foi propício para os desafios de novas formulações.

Everett formula uma nova interpretação da mecânica quântica considerando como uma das cinco, incluindo a sua e a de Bohr, para resolver os problemas da medição. Ele formula a sua teoria analisando a teoria de von Neumann e apresentando os problemas sobre o postulado de projeção.

Entretanto, mesmo sendo uma teoria que desperta curiosidade e que precisa ser mais estudada, ela apresenta uma lacuna. Seu projeto de eliminar o postulado de projeção e de, analisando o formalismo, deduzir tanto o seu significado como a sua interpretação sem uso dos postulados adicionais e de regras interpretativas não foi concluído [3]. Contudo, o que fez a teoria alavancar foi a interpretação de Bryce DeWitt que introduziu uma explicação sobre os resultados que obtemos mesmos sendo descritos por superposição. Com isso, acaba abrindo algumas brechas para as interpretações criativas de sua teoria, conforme o trabalho relacionado a múltiplas linhas do tempo de David Deutsch [13], e se é possível, sem violar as leis da física. A teoria de Everett, conforme a interpretação de DeWitt tem muito a ser explorada e estudada.

Referências

- [1] Osvaldo Pessoa Jr. Conceitos e interpretações da mecânica quântica: o teorema de bell. In: *Workshop-Escola de Computação e Informação Quântica, 1., 2006, Pelotas. Anais [...] Pelotas: Programa de Pós-graduação em Informática*, pages 5–22. 6, 7
- [2] David Wallace. *The emergent multiverse: Quantum theory according to the Everett interpretation*. Oxford University Press, 2012. 6, 7
- [3] Fábio Freitas and Olival Freire Jr. A formulação dos ‘estados relativos’ da teoria quântica. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 30(2):2307–1, 2008. 7, 24, 25, 31
- [4] Hugh Everett. *The Everett interpretation of quantum mechanics: Collected works 1955-1980 with commentary*. Princeton University Press, 2012. 7, 17, 31
- [5] Michel Betz, Ismael de Lima, and Gabriel Mussatto. Dualidade onda-partícula: um objeto de aprendizagem baseado no interferômetro de mach-zehnder. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 31:3501–1, 2009. 8
- [6] Trieste Freire Ricci, Fernanda Ostermann, and Sandra Denise Prado. O tratamento clássico do interferômetro de mach-zehnder: uma releitura mais moderna do experimento da fenda dupla na introdução da física quântica. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 29:79–88, 2007. 8
- [7] Michel Betz, Ismael de Lima, and Gabriel Mussatto. Dualidade onda-partícula: um objeto de aprendizagem baseado no interferômetro de mach-zehnder. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 31:3501–1, 2009. 8
- [8] Osvaldo Pessoa Junior. *Conceitos de física quântica 1*. Editora Livraria da Física, 2003. 8, 9, 10, 15, 16, 18, 19, 22, 23
- [9] CK Hong and Leonard Mandel. Experimental realization of a localized one-photon state. *Physical Review Letters*, 56(1):58, 1986. 10
- [10] Nelson Pinto Neto. *Teorias e interpretações da mecânica quântica*. Editora Livraria da Física, 2010. 10, 11, 12, 13, 16, 19, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30
- [11] Universidade Federal do Rio de Janeiro. O interferômetro de mach-zehnder , 2014. Disponível em: https://www.if.ufrj.br/~pef/producao_academica/material_didatico/2014/Tort_IMZ.pdf. Acesso em: 28 de julho 2022. 13, 15
- [12] Hugh Everett III. "relative state" formulation of quantum mechanics. *Reviews of modern physics*, 29(3):454, 1957. 25

-
- [13] David Deutsch. *The fabric of reality*. Penguin UK, 1998. [28](#), [31](#)
- [14] David Wallace. Worlds in the everett interpretation. *Studies in History and Philosophy of Science Part B: Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, 33(4):637–661, 2002. [31](#)
- [15] Caroline Muir. Muitos mundos e a interpretação ondulatória: revendo a conexão à luz da filosofia schorödingeriana. *Principia: an international journal of epistemology*, 19(3):343–361, 2015. [31](#)