



UNIVERSIDADE FEDERAL DO OESTE DA BAHIA
CENTRO MULTIDISCIPLINAR DE LUÍS EDUARDO MAGALHÃES
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

WALLISSON DA SILVA DIAS

**COMPARAÇÃO DE MÉTODOS TRADICIONAIS E DE MACHINE LEARNING NA
CONSTRUÇÃO DE PORTFÓLIOS COM EMPRESAS DO ÍNDICE AGRO B3:
MARKOWITZ VS HRP**

LUÍS EDUARDO MAGALHÃES - BA

2025

WALLISSON DA SILVA DIAS

**COMPARAÇÃO DE MÉTODOS TRADICIONAIS E DE MACHINE LEARNING NA
CONSTRUÇÃO DE PORTFÓLIOS COM EMPRESAS DO ÍNDICE AGRO B3:
MARKOWITZ VS HRP**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
como requisito parcial à obtenção do título de
Bacharel em Engenharia de Produção, da
Universidade Federal do Oeste da Bahia.

Orientador: Prof. Dr. Pedro Dias Pinto

LUÍS EDUARDO MAGALHÃES - BA

2025

FICHA CATALOGRÁFICA

D541 Dias, Wallisson da Silva.

Comparação de métodos tradicionais e de *machine learning* na construção de portfólios com empresas do índice AGRO B3: Markowitz vs HRP. / Wallisson da Silva Dias. – 2025.

57 f.; il.

Orientador: Prof. Dr. Pedro Dias Pinto.

Trabalho de Conclusão de Curso: (Graduação em Engenharia de Produção) –
Universidade Federal do Oeste da Bahia. Centro Multidisciplinar de Luís Eduardo Magalhães,
Luís Eduardo Magalhães, BA, 2025.

1. Mercado financeiro. 2. Teoria do portfólio - Agronegócio. 3. Ativos e Investimentos.

I. Pinto, Pedro Dias. II. Universidade Federal do Oeste da Bahia – Centro Multidisciplinar
de Luís Eduardo Magalhães. III. Título.

CDD: 338.5

BIBLIOTECAS UFOB - Biblioteca Universitária de Luís Eduardo Magalhães

WALLISSON DA SILVA DIAS

**COMPARAÇÃO DE MÉTODOS TRADICIONAIS E DE MACHINE LEARNING NA
CONSTRUÇÃO DE PORTFÓLIOS COM EMPRESAS DO ÍNDICE AGRO B3:
MARKOWITZ VS HRP**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Centro Multidisciplinar de Luís Eduardo Magalhães da Universidade Federal do Oeste da Bahia – UFOB, como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia de Produção.

Luís Eduardo Magalhães, BA, 01 de agosto de 2025.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Pedro Dias Pinto

Universidade Federal do Oeste da Bahia

Prof. Dr. Adriano David Monteiro de Barros

Universidade Federal do Oeste da Bahia

Prof. Dra. Camila de Oliveira Vieira

Universidade Federal do Oeste da Bahia

(A versão assinada deste documento encontra-se com a coordenação de curso)

À minha avó, cujo diploma foi o primeiro sinal de que era possível romper padrões.

Este trabalho é parte de um legado que começou com ela, e continua em mim.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, por ter sido meu sustento em cada passo dessa trajetória.

À minha avó, Adelaide, cuja trajetória sempre foi marcada por coragem, sabedoria e afeto. Se hoje estou aqui, é porque você abriu caminhos com seus próprios passos

À minha mãe, Eli, que mesmo à distância, nunca deixou de estar perto. Seu amor ultrapassa cidades e chega em forma de palavras, mensagens e orações. Aos meus irmãos, pedaços tão importantes de quem eu sou, e à Francine, pois seus conselhos foram âncoras no caos.

Aos amigos da vida, Gisele e Gabriel, por estarem comigo muito além da universidade. Obrigado pelas conversas sinceras, pelas risadas nos dias bons e pelo apoio nos dias difíceis.

Aos amigos da faculdade, que foram pilares em todos os sentidos: Tamiris, Fran, Diego, Laislla, Vitor, Ana, Cris, Nailhane, Raony, Natália e tantos outros. Cada um de vocês fez parte dessa jornada de um jeito único — seja nos trabalhos em grupo, nas conversas durante o almoço, nas trocas de mensagem às vésperas das provas ou nos abraços silenciosos quando tudo parecia demais. A universidade foi mais leve e possível porque vocês estiveram nela comigo.

Ao professor Pedro, meu orientador acadêmico e também do TCC, por sua paciência, confiança e orientação cuidadosa em cada etapa. Foi através de sua disciplina optativa que meu olhar se voltou para a área que hoje escolho seguir como profissão. Mais do que ensinar, você despertou em mim interesse, inquietação e propósito.

Aos professores que contribuíram com minha formação e me acolheram de forma especial ao longo dessa trajetória: Adriano, Nara e Camila. Obrigado por cada palavra, cada gesto de apoio e por acreditarem no meu potencial, mesmo quando eu ainda não conseguia enxergar tão longe.

À UFOB, por ser mais que um espaço de ensino. Aqui, encontrei desafios que me fizeram crescer, pessoas que marcaram minha vida e experiências que moldaram quem eu sou. Entre essas pessoas, agradeço especialmente à Elen, assistente social, cuja escuta atenta e sensível fez diferença em momentos importantes.

A todas as pessoas que, de alguma forma, cruzaram meu caminho durante essa caminhada: meu sincero obrigado. Este trabalho carrega não apenas meu esforço, mas fragmentos de cada um que me acompanhou até aqui.

Obrigado!

RESUMO

A alocação eficiente de ativos é um desafio central para investidores, especialmente em setores voláteis como o agropecuário, que desempenha um papel crucial na economia brasileira. Este projeto de pesquisa tem como objetivo investigar e comparar a eficiência de dois métodos de construção de portfólios no setor agropecuário: o tradicional modelo de média-variância de Markowitz e o moderno método de Hierarchical Risk Parity (HRP), baseado em aprendizado de máquina. Utilizando dados do Índice Agro B3 (IAGRO), foram construídos portfólios com ambos os métodos, avaliando seu desempenho em termos de retorno ajustado ao risco, estabilidade e resiliência a flutuações de mercado. A pesquisa buscou identificar qual método oferece uma alocação mais eficiente no contexto do agronegócio brasileiro, considerando as particularidades do setor, como alta correlação entre ativos e exposição a fatores econômicos. O estudo contribui para a literatura ao oferecer uma análise comparativa entre métodos tradicionais e modernos de construção de portfólios, além de fornecer insights práticos para investidores e gestores de fundos voltados para o agronegócio. A metodologia inclui a coleta e tratamento de dados, construção de portfólios, aplicação de métricas de avaliação de desempenho e análise comparativa entre os métodos. Os resultados mostraram que, embora o modelo de Markowitz apresente bom desempenho em alguns cenários, o método HRP foi mais eficiente de forma consistente, apresentando maior estabilidade fora da amostra e melhor relação risco-retorno.

Palavras-chave: Alocação de Ativos, Portfólio Agropecuário, Aprendizado de Máquina

ABSTRACT

Efficient asset allocation is a central challenge for investors, especially in volatile sectors such as agribusiness, which plays a crucial role in the Brazilian economy. This research project aims to investigate and compare the efficiency of two portfolio construction methods within the agribusiness sector: the traditional mean-variance model by Markowitz and the modern Hierarchical Risk Parity (HRP) method, based on machine learning techniques. Using data from the Agro B3 Index (IAGRO), portfolios were constructed using both approaches and their performance was evaluated in terms of risk-adjusted returns, stability, and resilience to market fluctuations. The research seeks to identify which method provides more efficient asset allocation in the Brazilian agribusiness context, considering sector-specific characteristics such as high asset correlation and exposure to economic factors. This study contributes to the literature by offering a comparative analysis between traditional and modern portfolio construction methods, while also providing practical insights for investors and fund managers focused on agribusiness. The methodology includes data collection and processing, portfolio construction, performance evaluation metrics, and a comparative analysis of the methods. The results showed that, although the Markowitz model performs well in some scenarios, the HRP method proved consistently more efficient, demonstrating greater out-of-sample stability and a better risk-return ratio.

Palavras-chave: Asset Allocation, Agribusiness Portfolio, Machine Learning

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Critérios e Metodologia de Composição do Índice Agro B3.....	19
Quadro 2 – Setores de atividade.....	20
Quadro 3 – Bibliotecas utilizadas e suas funções.....	31

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Fronteira eficiente no espaço média-variância.....	24
Figura 2 – Matriz de Correlação entre os Ativos.....	39
Figura 3 – Fronteira Eficiente.....	40
Figura 4 – Pesos otimizados dos ativos no portfólio (Markowitz).....	41
Figura 5 – Dendrograma dos ativos selecionados (HRP).....	42
Figura 6 – Pesos otimizados dos ativos no portfólio (HRP).....	43
Figura 7 – Evolução do retorno acumulado: Markowitz vs. HRP (2019–2023).....	48
Figura 8 – Retorno em 2020: Markowitz vs. HRP.....	50

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Empresas aprovadas após aplicação dos critérios de filtragem (2015–2018).....	36
Tabela 2 – <i>Score</i> de desempenho e classificação das empresas selecionadas para carteira de 2019.....	37
Tabela 3 – Pesos das Ações Otimizados 2019 - Markowitz.....	40
Tabela 4 – Pesos das Ações Otimizados 2019 - HRP.....	43
Tabela 5 – Número de empresas aprovadas na filtragem inicial por ano.....	44
Tabela 6 – Composição anual dos portfólios (2019–2023) – Método de Markowitz.....	45
Tabela 7 – Composição anual dos portfólios (2019–2023) – Método HRP.....	46
Tabela 8 – Distribuição de empresas por subsetor (2019–2023).....	47
Tabela 9 – Métricas de Avaliação de Desempenho.....	49

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

PIB – Produto Interno Bruto

HRP – *Hierarchical Risk Parity*

IAGRO – Índice Agro B3

BACEN – Banco Central do Brasil

CVM – Comissão de Valores Mobiliários

B3 – Brasil, Bolsa, Balcão

CDB – Certificado de Depósito Bancário

ETF – *Exchange Traded Fund*

IN – Índice de Negociabilidade

ML – *Machine Learning*

IPO – *Initial Public Offering*

SLSQP – *Sequential Least Squares Programming*

ABEV3 – Ambev

AGRO3 – BrasilAgro – Companhia Brasileira de Propriedades Agrícolas

ASAI3 – Assaí Atacadista (Sendas Distribuidora S.A.)

BEEF3 – Minerva S.A.

CAML3 – Camil Alimentos S.A.

CGRA4 – Grupo Grazziotin (PN)

CRFB3 – Carrefour Brasil

CSAN3 – Cosan S.A.

DXCO3 – Dexco S.A. (antiga Duratex)

JBSS3 – JBS S.A.

JSLG3 – JSL S.A.

KLBN11 – Klabin S.A.

LAND3 – Terra Santa Agro S.A.

MDIA3 – M. Dias Branco S.A.

MRFG3 – Marfrig Global Foods S.A.

RAIL3 – Rumo S.A.

RAPT4 – Randon S.A. Implementos e Participações

SGPS3 – Springs Global Participações S.A.

SLCE3 – SLC Agrícola S.A.

SMTO3 – São Martinho S.A.

SUZB3 – Suzano S.A.

VAMO3 – Vamos Locação de Caminhões, Máquinas e Equipamentos S.A.

VITT3 – Vittia Fertilizantes e Biológicos S.A.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	14
2 OBJETIVO GERAL.....	16
2.1 Objetivos específicos.....	16
2.2 Justificativa.....	16
3 REFERENCIAL TEÓRICO.....	18
3.1 Mercado Financeiro e o Índice Agro B3.....	18
3.1.1 Estrutura do mercado financeiro no Brasil.....	18
3.1.2 O Índice Agro B3 e a Construção de Portfólios Agropecuários.....	19
3.2 Teoria do Portfólio de Markowitz.....	21
3.2.1 Contexto histórico.....	22
3.2.2 Premissas da Teoria de Markowitz.....	22
3.2.3 Formulação matemática e Fronteira Eficiente.....	23
3.3 Machine Learning na Construção de Portfólios.....	25
3.4 Hierarchical Risk Parity (HRP).....	26
3.4.1 Restrições e Problemas da Otimização de Markowitz.....	27
3.4.2 Vantagens do Hierarchical Risk Parity (HRP).....	27
3.4.3 Formulação matemática e Implementação.....	28
3.4.4 Comparação com Markowitz.....	30
4 METODOLOGIA.....	31
4.1 Coleta de Dados.....	31
4.2 Seleção de Ativos.....	32
4.3 Construção de Portfólios.....	33
4.4 Métricas de Avaliação de Desempenho.....	33
4.5 Análise Comparativa e Validação.....	35
4.5.1 Backtesting.....	35
4.5.2 Testes Estatísticos.....	35
5 RESULTADOS.....	36
5.1 Seleção de Ativos.....	36
5.1.1 Ranqueamento por Score.....	37
5.2 Construção de Portfólios.....	38
5.2.1 Método de Markowitz.....	38
5.2.2 Método HRP (Hierarchical Risk Parity).....	41
5.3 Rebalanceamento e Comparação Anual dos Portfólios (2019–2023).....	44
5.3.1 Estratégia de Rebalanceamento.....	44
5.3.2 Visão Geral dos Pesos e Ações por Ano.....	45
5.3.3 Distribuição Setorial dos Portfólios.....	47
5.4 Análise do Desempenho Acumulado (2019–2023).....	48
5.4.1 Rentabilidade Acumulada.....	48
5.4.2 Métricas de Avaliação.....	49
5.4.3 Resiliência em Cenários de Crise.....	49

5.4.4 Testes Estatísticos.....	50
6 CONCLUSÃO.....	52
REFERÊNCIAS.....	54

1 INTRODUÇÃO

A alocação eficiente de ativos é um dos pilares fundamentais da gestão de investimentos, especialmente em setores caracterizados por alta volatilidade e sensibilidade a fatores externos, como o agropecuário, sendo que, no Brasil, o agronegócio desempenha um papel central na economia, representando uma parcela significativa do Produto Interno Bruto (PIB) e sendo um dos principais motores do crescimento econômico (Monteiro, 2023). Diante desse cenário, a construção de portfólios que otimizem o retorno ajustado ao risco torna-se essencial para investidores e gestores que buscam maximizar ganhos e minimizar perdas em um ambiente de incertezas (Barros; Machado; Ferreira, 2024).

A teoria moderna de portfólios, introduzida por Harry Markowitz em 1952, revolucionou a forma como investidores abordam a diversificação e a gestão de risco, pois o modelo de média-variância proposto por Markowitz permite a construção de carteiras eficientes, que maximizam o retorno esperado para um determinado nível de risco (Markowitz, 1952). No entanto, esse método apresenta limitações quando aplicado a setores com alta correlação entre ativos, como o agropecuário, onde fatores climáticos, econômicos e políticos podem influenciar simultaneamente o desempenho de múltiplos ativos (De Miguel *et al.*, 2009). Além disso, a dependência da inversão da matriz de covariância pode levar a soluções instáveis, especialmente em mercados com alta correlação entre os ativos (Prado, 2018).

Nesse contexto, métodos alternativos baseados em aprendizado de máquina, como o *Hierarchical Risk Parity* (HRP), têm ganhado destaque por sua capacidade de superar algumas das limitações do modelo de Markowitz, já que o novo método utiliza técnicas de clusterização hierárquica e teoria dos grafos para estruturar portfólios de forma mais robusta, reduzindo a sensibilidade a erros de estimação e promovendo uma diversificação mais eficiente (Prado, 2018). Estudos empíricos demonstram que o HRP apresenta menor variância fora da amostra e maior estabilidade em cenários de mercado voláteis, tornando-o uma alternativa promissora para a construção de portfólios em setores complexos como o agropecuário (Prado, 2018).

Este estudo tem como objetivo investigar e comparar a eficiência e o desempenho de dois métodos de construção de portfólios no setor agropecuário brasileiro: o tradicional modelo de média-variância de Markowitz e o moderno método de HRP. A pesquisa busca responder à seguinte questão central: Qual método oferece uma alocação mais eficiente de

ativos no contexto do agronegócio brasileiro, considerando retorno ajustado ao risco, estabilidade e resiliência a flutuações de mercado?

2 OBJETIVO GERAL

Analisar a eficiência e o desempenho de diferentes métodos de construção de portfólios no setor agropecuário brasileiro. O estudo examina o método tradicional de Markowitz, baseado em média-variância, e um método moderno de machine learning, o *Hierarchical Risk Parity* (HRP), para avaliar qual técnica melhor otimiza o retorno ajustado ao risco de portfólios agropecuários.

2.1 Objetivos específicos

- Construir portfólios agropecuários com base no método de média-variância de Markowitz e no HRP, ajustando-os a características específicas do setor.
- Analisar o impacto da diversificação e ponderação dos ativos nos portfólios resultantes.
- Avaliar o desempenho dos portfólios em termos de retorno ajustado ao risco, estabilidade e resiliência a flutuações de mercado.
- Comparar as carteiras resultantes, identificando vantagens e desvantagens de cada método para a gestão de portfólios agropecuários.

2.2 Justificativa

A alocação eficiente de ativos é um dos principais desafios enfrentados pelos investidores, especialmente em setores com alta volatilidade, como o agropecuário e no Brasil, o agronegócio representa uma parcela significativa do Produto Interno Bruto (PIB) e desempenha um papel crucial na economia, tornando essencial o desenvolvimento de estratégias de investimento que otimizem o retorno ajustado ao risco (Race; Leal; Brandalise, 2024). A justificativa para este estudo reside justamente na importância do setor agropecuário para a economia brasileira e na necessidade de estratégias de investimento que possam lidar com as particularidades desse mercado, uma vez que o agronegócio brasileiro é altamente sensível a fatores como variações climáticas, flutuações nos preços das commodities e mudanças nas políticas comerciais, o que torna a gestão de risco um desafio constante (Monteiro, 2023).

Além disso, a crescente complexidade dos mercados financeiros e a disponibilidade de grandes volumes de dados têm impulsionado a adoção de técnicas avançadas de análise, como o aprendizado de máquina, para a construção de portfólios (Mesquita, 2019). Este estudo

justifica-se, portanto, pela necessidade de avaliar qual desses métodos — Markowitz ou HRP — proporciona uma alocação mais eficiente no contexto agropecuário brasileiro, sendo que a comparação entre os dois modelos permitirá identificar vantagens e desvantagens de cada abordagem, contribuindo para a literatura acadêmica e oferecendo insights práticos para investidores e gestores de fundos voltados para o agronegócio.

Ao utilizar o Índice Agro B3 como base para a construção dos portfólios, a pesquisa busca entender como a estrutura setorial do índice influencia a correlação entre ativos e quais critérios podem ser adotados para uma seleção mais eficiente de investimentos. A relevância do estudo também se justifica pelo impacto das incertezas econômicas e climáticas no setor agropecuário, pois métodos robustos de construção de portfólios podem proporcionar maior estabilidade aos investimentos, reduzindo a exposição a choques adversos do mercado.

Este trabalho contribui para a literatura acadêmica ao oferecer uma análise comparativa entre métodos tradicionais e modernos de construção de portfólios, aplicados a um setor específico e de alta relevância econômica. No campo prático, os resultados obtidos podem apoiar a tomada de decisões estratégicas por parte de investidores e gestores do agronegócio, ao indicar quais abordagens oferecem melhor desempenho ajustado ao risco e maior resiliência diante das oscilações do mercado.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

3.1 Mercado Financeiro e o Índice Agro B3

3.1.1 Estrutura do mercado financeiro no Brasil

O mercado financeiro brasileiro desempenha um papel crucial na alocação eficiente de capital, promovendo o crescimento econômico e a estabilidade financeira, sendo composto por quatro segmentos principais: o mercado monetário, de crédito, de capitais e de câmbio. A regulação desse sistema é feita por órgãos como o Banco Central do Brasil (BACEN) e a Comissão de Valores Mobiliários (CVM), garantindo que as operações sejam conduzidas de maneira transparente e segura (Neto, 2021).

No mercado de capitais brasileiro, a B3 (Brasil, Bolsa, Balcão) desempenha um papel central como a principal bolsa de valores do país, onde são negociadas ações, derivativos e outros ativos financeiros (Monteiro, 2023). Nesse cenário, conforme destacam Guedes *et al.* (2021), o setor agropecuário tem se expandido significativamente, impulsionado pela crescente relevância do agronegócio na economia nacional e pelo interesse dos investidores em diversificar seus portfólios como forma de minimizar riscos.

Os investimentos no mercado financeiro podem ser classificados em diversas categorias, sendo as principais a renda fixa e a renda variável. De acordo com Oriente e Alves (2017), essa distinção está diretamente relacionada ao perfil de risco e à volatilidade associada a cada tipo de aplicação: enquanto os ativos de renda fixa proporcionam rendimentos mais estáveis e previsíveis, os de renda variável estão sujeitos a oscilações de mercado, sem garantia de retorno.

Os ativos de renda fixa, como os títulos públicos do Tesouro Direto e os Certificados de Depósito Bancário (CDBs), possuem regras de rendimento previamente estabelecidas, oferecendo menor volatilidade e maior previsibilidade. Já os investimentos de renda variável, como ações e fundos imobiliários, apresentam rentabilidade incerta, variando conforme o desempenho das empresas e as condições do mercado. Além dessas modalidades, destacam-se os fundos de investimento, que possibilitam a diversificação ao reunir diferentes ativos sob uma mesma gestão, e os derivativos, utilizados como instrumentos de proteção (*hedge*) ou especulação, como contratos futuros e opções (Neto, 2021).

Compreender os tipos de investimento é essencial, mas também se faz necessário acompanhar seu desempenho por meio de indicadores do mercado financeiro, como os

índices. Embora não representem investimentos diretos, os índices de mercado funcionam como referências do comportamento de carteiras teóricas compostas por ativos específicos. O Ibovespa, por exemplo, mede o desempenho das ações mais negociadas na B3, enquanto o Índice Agro B3 acompanha empresas do setor agropecuário. Esses indicadores servem como *benchmarks* para avaliação de portfólios e como base para produtos financeiros, como os *Exchange Traded Funds* (ETFs), que buscam replicar sua composição (Pinheiro, 2024).

Além disso, os índices proporcionam uma visão consolidada do mercado, incorporando os principais setores e empresas da economia, o que os torna ferramentas fundamentais para análises comparativas por investidores e gestores. Para que cumpram eficazmente esse papel, é necessário que sejam compostos por carteiras teóricas representativas do mercado que pretendem retratar. Essa representatividade é essencial para garantir sua utilidade como instrumentos confiáveis de avaliação e tomada de decisão no âmbito do mercado de capitais (Pinheiro, 2024).

3.1.2 O Índice Agro B3 e a Construção de Portfólios Agropecuários

O Índice Agro B3 (IAGRO B3) é uma carteira teórica que reflete o desempenho das empresas do setor agropecuário listadas na B3, sendo composto por ações e *units* de companhias que atendem a critérios específicos de inclusão, como a classificação como parte do agronegócio e alta liquidez no mercado. O objetivo do IAGRO B3 é ser uma referência para medir o desempenho do setor, oferecendo uma visão abrangente das companhias que desempenham papéis estratégicos no agronegócio brasileiro (B3, 2024).

O Índice Agro *Free Float* Setorial B3 (IAGRO-FFS B3) é calculado seguindo alguns critérios mostrados no Quadro 1 de acordo com a B3 (2024):

Quadro 1 – Critérios e Metodologia de Composição do Índice Agro B3

Universo de ativos elegíveis	Ações e units de ações
Critérios de Seleção	I. Classificado pela B3 dentro do setor do Agronegócio;
	II. Estar entre os ativos que representam 99% do Índice de Negociabilidade (IN);
	III. Ter 95% de presença em pregão;
	IV. Não ser <i>penny stock</i> .
Ponderação	Média entre:
	I. <i>Free float</i> (máx 10% por ativo); e

	II. <i>Equal Weight Setorial</i>
Tipo de retorno	Total (R\$)
Rebalanceamento	Quadrimestral (1ª segunda-feira de Janeiro, Maio e Setembro)

Fonte: B3

Logo, para compor o IAGRO B3, o ativo deve estar classificado pela B3 no setor do agronegócio, o que abrange empresas envolvidas em produção agrícola, logística, comercialização, fornecimento de insumos e serviços correlatos. Além disso, o ativo precisa figurar entre os que compõem 99% do Índice de Negociabilidade (IN), assegurando alta liquidez e relevância no mercado. A exigência de pelo menos 95% de presença em pregão busca excluir ativos pouco negociados, enquanto a vedação a *penny stocks* visa evitar distorções provocadas por ativos de baixo valor e alta volatilidade.

Já a ponderação, que é a forma como cada ativo influencia o índice é determinada por uma média entre dois critérios:

I. *Free Float* (10% por ativo): *Free float* é a quantidade de ações disponíveis para negociação no mercado (ou seja, que não estão presas a controladores), sendo que quanto maior o *free float*, maior a participação da ação no índice. No entanto, nenhum ativo pode representar mais de 10% do índice, para evitar concentração em poucas empresas.

II. *Equal Weight Setorial*: O índice leva em conta uma ponderação setorial igualitária, garantindo que diferentes segmentos do agronegócio sejam representados de forma equilibrada, o que impede que apenas um setor (como produtores de grãos, por exemplo) domine o índice.

A composição do IAGRO B3 é diversificada, com ativos de empresas classificadas nos segmentos de produção agrícola, agroindústria, insumos e agrosserviços, conforme descrito no Quadro 2.

Quadro 2 – Setores de atividade

Agronegócio	
Subsetor	Atividades econômicas relacionadas
Primário	Agricultura, pecuária, floresta e pesca

Insumos	Alimentos para Animais, Defensivos, fertilizantes e corretivos de solo, Medicamentos para uso veterinários, e Máquinas e equipamentos agropecuários
Agroindústria	Abate e preparação de carnes e pescados, laticínios, Artigos de Couro e calçados à base de couro, Açúcar e Etanol, Indústria do Café (Torragem e Moagem), Fabricação de conservas de frutas, legumes e outros vegetais, fabricação de óleos e gorduras vegetais e animais, moagem e fabricação de amiláceos excl. alimentos para animais, outros produtos alimentares, fabricação de bebidas, fabricação de produtos de fumo, têxtil de base natural, vestuários e acessórios de base natural, fabricação e produtos de madeira, fabricação de celulose, papel e produtos de papel, e móveis de madeira
Agrosserviços	Transporte e logística de produtos do agronegócio, comércio de veículos, máquinas e equipamentos agrícolas, armazenamento de produtos agrícolas e outros serviços

Fonte: B3.

Segundo a B3, o Índice Agronegócio B3 (IAGRO B3) é reavaliado (ou rebalanceado) com frequência quadrimestral, ou seja, a cada quatro meses. O índice é reavaliado periodicamente para garantir que continue representando adequadamente o agronegócio brasileiro, e seu objetivo é oferecer uma referência para investidores que desejam se expor ao setor (Pinheiro, 2024).

3.2 Teoria do Portfólio de Markowitz

A alocação eficiente de investimentos é uma questão fundamental no campo das finanças e a Teoria do Portfólio, desenvolvida por Harry Markowitz em 1952, revolucionou a

análise de investimentos ao introduzir conceitos matemáticos rigorosos para a otimização de carteiras. Segundo Souza (2017), até então, os investidores focavam apenas no retorno, sem considerar explicitamente o risco inerente a cada escolha de investimento e a proposta de Markowitz estabeleceu um modelo quantitativo que equilibra risco e retorno, levando em conta a covariância entre ativos, permitindo a maximização do retorno ajustado ao risco (Souza, 2017).

3.2.1 Contexto histórico

Na década de 1950, Harry Markowitz, então estudante de doutorado na Universidade de Chicago, foi incentivado a explorar formas de analisar investimentos (Bruni; Fuentes; Fama, 1999). O resultado de suas pesquisas foi publicado em seu estudo seminal "*Portfolio Selection*" (Markowitz, 1952), no qual ele propõe um modelo matemático para a seleção ótima de ativos dentro de uma carteira diversificada.

Antes de Markowitz, a tomada de decisão sobre investimentos era guiada pelo ditado "nunca coloque todos os ovos em uma mesma cesta", sem um embasamento quantitativo que permitisse avaliar quais ativos deveriam compor uma carteira e em que proporção, então estudo de Markowitz não apenas formalizou matematicamente essa ideia, mas também demonstrou que a diversificação eficiente requer a seleção de ativos com baixa covariância (Lintz; Renyi, 1999).

Segundo Neto (2010), a principal contribuição da teoria do portfólio é mostrar que o risco de um ativo isoladamente é diferente do risco desse mesmo ativo dentro de uma carteira diversificada e a diversificação eficiente permite reduzir o risco da carteira sem comprometer o retorno esperado. Além disso, estudos posteriores validaram essa abordagem, demonstrando que investidores racionais devem considerar tanto o retorno esperado quanto o risco na seleção de ativos (Oliveira *et al.*, 2011).

3.2.2 Premissas da Teoria de Markowitz

O modelo de otimização de portfólio de Markowitz baseia-se nas seguintes premissas (Markowitz, 1952):

1. Os retornos dos ativos seguem uma distribuição de probabilidade conhecida;
2. Os investidores avaliam as carteiras com base apenas no retorno esperado e no desvio padrão dos retornos;

3. Não há custos de transação ou impostos;
4. Investidores buscam minimizar o risco para um dado nível de retorno esperado;
5. Existe uma taxa livre de risco na qual os investidores podem aplicar ou captar recursos;
6. Os ativos são infinitamente divisíveis.

3.2.3 Formulação matemática e Fronteira Eficiente

O modelo de otimização de carteiras, revolucionou o gerenciamento de investimentos ao formalizar matematicamente o *trade-off* entre risco e retorno. Este modelo fundamenta-se na seleção de pesos ótimos para ativos em uma carteira, minimizando o risco (medido pela variância dos retornos) para um dado nível de retorno esperado. Sua aplicação é essencial em engenharia econômica para decisões de alocação de recursos sob incerteza. Considerando n ativos financeiros, definimos:

- $\Omega = [w_1, w_2, \dots, w_n]^T$: vetor de pesos dos ativos ($\sum w_i = 1$)
- $\bar{R} = [\bar{R}_1, \bar{R}_2, \dots, \bar{R}_n]^T$: retornos esperados
- $C = [\sigma_{ij}]$: matriz de covariâncias ($\sigma_{ii} = \sigma_i^2, \sigma_{ij} = \sigma_{ji}$)

O retorno esperado e risco da carteira são dados por:

$$\bar{R}_p = \Omega^T \bar{R} \quad (1)$$

$$\sigma_p^2 = \Omega^T C \Omega \quad (2)$$

O problema de otimização consiste em:

$$\min_{\Omega} \sigma_p^2 \quad \text{sujeito a} \quad \begin{cases} \Omega^T \bar{R} = R_p \\ \Omega^T \mathbf{1} = 1 \end{cases} \quad (3)$$

Sendo que:

$$\mathbf{1} = (1, \dots, 1) \quad \text{vetor n-dimensional}$$

Resolvemos este problema com multiplicadores de Lagrange (λ, γ):

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\Omega^T C \Omega + \lambda (R_p - \Omega^T \bar{R}) + \gamma (1 - \Omega^T \mathbf{1}) \quad (4)$$

As condições de primeira ordem fornecem:

$$\nabla_{\Omega} \mathcal{L} = C \Omega - \lambda \bar{R} - \gamma \mathbf{1} = 0 \quad (5)$$

$$\Omega = \lambda C^{-1} \bar{R} + \gamma C^{-1} \mathbf{1} \quad (6)$$

Definindo as constantes:

$$A = \mathbf{1}^T C^{-1} \mathbf{1}, \quad B = \mathbf{1}^T C^{-1} \bar{R}, \quad D = \bar{R}^T C^{-1} \bar{R} \quad (7)$$

Obtemos os multiplicadores:

$$\lambda = \frac{AR_p - B}{AD - B^2}, \quad \gamma = \frac{D - BR_p}{AD - B^2} \quad (8)$$

Substituindo na expressão de Ω , os pesos ótimos são:

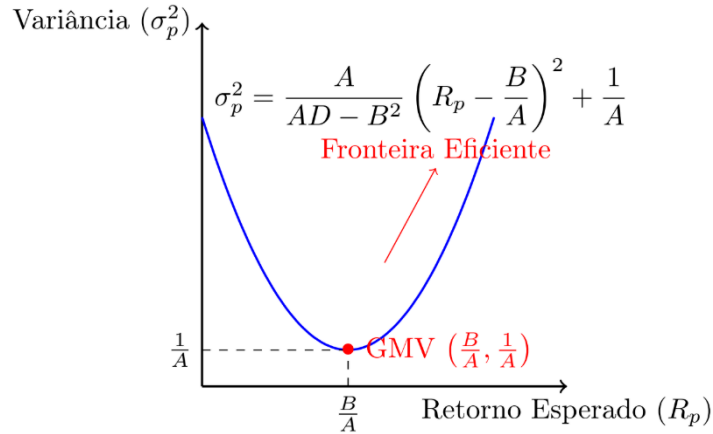
$$\Omega_p = \frac{1}{AD - B^2} (DC^{-1} \mathbf{1} - BC^{-1} \bar{R}) + R_p \cdot \frac{1}{AD - B^2} (AC^{-1} \bar{R} - BC^{-1} \mathbf{1}) \quad (9)$$

A relação risco-retorno forma uma fronteira eficiente parabólica:

$$\sigma_p^2 = \frac{A}{AD - B^2} \left(R_p - \frac{B}{A} \right)^2 + \frac{1}{A} \quad (10)$$

Na Figura 1 é mostrada a fronteira eficiente no espaço média-variância, sendo que o ponto GMV (*Global Minimum Variance*) representa a carteira de mínima variância global.

Figura 1 – Fronteira eficiente no espaço média-variância



Fonte – Autoral.

A solução analítica do modelo de Markowitz depende criticamente da inversão da matriz de covariância C . Contudo, quando os ativos apresentam alta correlação, C torna-se mal-condicionada, gerando instabilidades numéricas que comprometem a estimação dos pesos ótimos.

Matematicamente, o problema manifesta-se quando o número de condição $k(C) = \|C\| \cdot \|C^{-1}\|$ atinge valores elevados. Para $k(C) > 10^{10}$, a matriz é considerada singular numericamente, invalidando a solução analítica. Nesses casos, a expressão para os pesos:

$$\Omega_p = \lambda C^{-1} \bar{R} + \gamma C^{-1} \mathbf{1} \quad (11)$$

produz resultados espúrios, com pesos extremamente elevados em magnitude e sinais oscilantes. As principais consequências são:

1. Alavancagem explosiva: Surgimento de pesos positivos e negativos extremos ($|w_i| \gg 1$).
2. Instabilidade temporal: Pequenas alterações nos retornos causam grandes mudanças na composição.
3. Sensibilidade a erros: Amplificação de imprecisões na estimativa de parâmetros.

Este fenômeno, conhecido como "Maldição de Markowitz", é particularmente crítico em carteiras com elevado número de ativos correlacionados (n grande), séries temporais não-estacionárias e períodos de crise com aumento de correlações. O desafio fundamental

reside no *trade-off* entre fidelidade ao modelo teórico e estabilidade numérica, exigindo adaptações metodológicas para aplicações práticas do modelo em engenharia financeira.

3.3 Machine Learning na Construção de Portfólios

O mercado financeiro tem se beneficiado amplamente do avanço das técnicas de aprendizado de máquina para a análise e previsão de séries temporais financeiras, e o uso de algoritmos inteligentes permite a otimização da construção de portfólios, maximizando retornos e minimizando riscos. Segundo Mesquita (2019), essas abordagens vêm ganhando espaço especialmente no Brasil, com aplicações práticas em estratégias automatizadas de investimento. De acordo com Liu *et al.* (2020), métodos de aprendizado de máquina (*Machine Learning* ou ML) têm se mostrado eficazes para prever o comportamento de ativos em mercados voláteis. Já Hu e Pascalicchio (2021) destacam que, além da previsão, o uso de ML tem se mostrado promissor também na alocação dinâmica de portfólios, com resultados superiores a modelos tradicionais.

Sendo a seleção de ativos para compor um portfólio uma tarefa complexa que envolve a análise de diversos fatores, como risco, retorno e correlação entre ativos, entre outros, o uso de aprendizado de máquina na construção de portfólios proporciona vantagens como eficiência na análise de dados em grande escala, identificação de padrões ocultos e previsões mais acuradas dos movimentos do mercado. No entanto, como apontam Oliveira (2014) e Barbieri *et al.* (2023), desafios como sobreajuste de modelos, necessidade de dados de alta qualidade e dificuldade na interpretação dos resultados ainda representam barreiras para sua adoção ampla no setor financeiro. Além disso, segundo estudo do ICCS (2019), a eficácia desses modelos depende fortemente da estruturação de dados financeiros e da escolha adequada de hiperparâmetros durante o treinamento.

3.4 Hierarchical Risk Parity (HRP)

O modelo de *Hierarchical Risk Parity* (HRP) foi desenvolvido como uma alternativa aos otimizadores quadráticos tradicionais, como o modelo de Markowitz, visando resolver problemas comuns na otimização de portfólios, tais como instabilidade, concentração excessiva de ativos e desempenho insatisfatório (Pradro, 2018). Estudos posteriores também demonstram que o HRP consegue mitigar a instabilidade fora da amostra e gerar alocações mais robustas em ambientes com ativos altamente correlacionados (Palit; Prybutok, 2024).

Utilizando conceitos modernos de matemática, incluindo teoria dos grafos e técnicas de aprendizado de máquina, para estruturar um portfólio diversificado baseado na matriz de covariância, sem necessitar da inversão desta matriz (Prado, 2018), possibilita a otimização do portfólio mesmo em situações de matrizes singulares ou mal condicionadas. Estudos aplicados demonstram que o algoritmo HRP aplica *clustering* hierárquico de ativos e recorte recursivo para gerar pesos robustos (Palit; Prybutok, 2024), ao mesmo tempo em que se beneficia de implementações computacionais eficientes com uso de grafos e aprendizado de máquina (Prado, 2018).

Estudos empíricos demonstram que o HRP apresenta menor variância fora da amostra em comparação ao modelo de Markowitz, apesar deste ter como objetivo a minimização da variância (Prado, 2018). O HRP também gera portfólios com menor risco fora da amostra quando comparado a outros métodos de paridade de risco tradicionais, tendo sua aplicação ampliada para a alocação de ativos em estratégias de aprendizado de máquina (ML), aumentando sua relevância no cenário atual de investimentos.

3.4.1 Restrições e Problemas da Otimização de Markowitz

A construção de portfólios é um dos problemas financeiros mais recorrentes, exigindo que gestores de investimento equilibrem risco e retorno ao alocar ativos (Markowitz, 1952). A teoria de Markowitz estabeleceu o conceito de fronteira eficiente, que sugere que diferentes níveis de risco estão associados a portfólios ótimos em termos de retorno ajustado ao risco mas, esse modelo baseia-se em previsões de retornos, que são altamente incertas, tornando as soluções pouco confiáveis (Michaud, 1998).

O modelo de Markowitz é um método de otimização quadrática para problemas de alocação de portfólio com restrições de desigualdade e apesar de garantir soluções exatas em um número finito de iterações (Prado, 2018), seu uso enfrenta desafios práticos, como a dependência da inversão da matriz de covariância, o que pode gerar soluções instáveis quando a matriz apresenta condição numérica desfavorável (Pafka; Kondor, 2001)

A matriz de covariância é um dos elementos centrais da otimização de portfólio, e seu número de condição é a razão entre seus maiores e menores autovalores, pois conforme a correlação entre os investimentos aumenta, a matriz de covariância torna-se mais mal condicionada, dificultando sua inversão e tornando as soluções instáveis, sendo esse fenômeno chamado de "Maldição de Markowitz", pois a diversificação desejada pode ser comprometida pelos erros de estimação da matriz de covariância (De Miguel *et al.*, 2009).

3.4.2 Vantagens do Hierarchical Risk Parity (HRP)

Diante das limitações da otimização quadrática, o HRP surge como uma alternativa robusta, apresentando diversas vantagens em relação aos modelos tradicionais:

- Maior estabilidade: O HRP elimina a necessidade de inversão da matriz de covariância, reduzindo a sensibilidade a erros de estimação e tornando a alocação de ativos mais confiável (Prado, 2018).
- Melhor desempenho fora da amostra: Estudos demonstram que o HRP gera portfólios com menor risco e menor variância fora da amostra quando comparado a modelos ij tradicionais (Prado, 2018). Comparações diretas, como em mercados emergentes, também apontam que HRP supera modelos clássicos em risco realizado e Sharpe ratio fora da amostra (Sen; Dutta *et al.*, 2022)
- Diversificação mais eficiente: O modelo hierárquico organiza os ativos em *clusters* naturais, promovendo uma distribuição de risco mais equilibrada (Prado, 2018). Além disso, pesquisas aplicadas mostram que essa abordagem organiza os ativos segundo características reais de correlação, resultando em diversificação mais intuitiva e robusta (Palit; Prybutok, 2024).
- Aplicabilidade em aprendizado de máquina: O HRP tem sido amplamente utilizado em estratégias quantitativas, devido à sua abordagem moderna baseada em teoria dos grafos e *machine learning* (Prado, 2018).

3.4.3 Formulação matemática e Implementação

Segundo Prado (2018), o primeiro passo é calcular a matriz de dissimilaridade entre os retornos dos ativos. Dada uma matriz de correlação $\rho = [\rho_{ij}]$, onde ρ_{ij} é a correlação de Pearson entre os retornos dos ativos i e j , calculamos a matriz de dissimilaridade $D = [d_{ij}]$.

$$d_{ij} = \sqrt{\frac{1 - \rho_{ij}}{2}} \tag{12}$$

Propriedades:

- Se $\rho_{ij} = 1$ (correlação perfeita), $d_{ij} = 0$ (máxima similaridade).
- Se $\rho_{ij} = -1$ (correlação negativa perfeita), $d_{ij} = 1$ (máxima dissimilaridade).
- Para $\rho_{ij} = 0$ (sem correlação), $d_{ij} = \sqrt{0,5} \sim 0,707$.

A escolha dessa métrica é motivada pela necessidade de transformar a correlação em uma distância adequada para *clustering*, onde ativos altamente correlacionados são considerados próximos.

O segundo passo é o clustering hierárquico, no qual utilizamos a matriz D para realizar o *clustering* hierárquico e obter um dendrograma. Com o método de Ward que é frequentemente adotado por minimizar a variância intra-cluster. A distância entre dois *clusters* K_a e K_b é:

$$d_{\text{Ward}}(K_a, K_b) = \sqrt{\frac{2|K_a||K_b|}{|K_a| + |K_b|}} \cdot \|\mu_a - \mu_b\|_2 \quad (13)$$

Em que:

- $|K_a|$ e $|K_b|$ são os tamanhos dos *clusters*,
- μ_a e μ_b são os centróides,
- $\|\cdot\|_2$ é a norma euclidiana.

Algoritmo Iterativo:

1. Inicialize cada ativo como um *cluster singleton*: $K_i = \{i\}$, para $i = 1, \dots, n$.
2. Encontre os clusters K_a e K_b com menor $d_{\text{Ward}}(K_a, K_b)$.
3. Combine K_a e K_b em um novo *cluster* K_{ab} .
4. Atualize as distâncias entre K_{ab} e os demais *clusters*.
5. Repita até que reste um único *cluster* (raiz do dendrograma).

O método de Ward é preferido porque busca formar *clusters* compactos e bem separados, identificando grupos de ativos com comportamentos similares.

O terceiro passo então é a ordenação dos ativos (Quasi-Diagonalização), em que com o dendrograma, reordenamos os ativos para que a matriz de covariância C fique aproximadamente diagonal. Processo:

1. Percorra o dendrograma da raiz até as folhas.
2. Registre a sequência de ativos nas folhas.
3. Reordene C e ρ de acordo com essa sequência.

Isso permite que C apresente blocos diagonais, onde ativos dentro do mesmo *cluster* têm covariâncias mais fortes, facilitando a alocação de pesos. Exemplo: Se o dendrograma agrupa $\{A, B\}$ e $\{C, D\}$, a ordem pode ser $[A, B, C, D]$, e C é reorganizada:

$$C_{\text{reordenada}} = \begin{bmatrix} \sigma_A^2 & \text{cov}(A, B) & \text{cov}(A, C) & \text{cov}(A, D) \\ \text{cov}(B, A) & \sigma_B^2 & \text{cov}(B, C) & \text{cov}(B, D) \\ \text{cov}(C, A) & \text{cov}(C, B) & \sigma_C^2 & \text{cov}(C, D) \\ \text{cov}(D, A) & \text{cov}(D, B) & \text{cov}(D, C) & \sigma_D^2 \end{bmatrix}$$

O objetivo aqui é concentrar as maiores covariâncias próximas da diagonal, facilitando a alocação de pesos.

O quarto passo então será a alocação recursiva de pesos e para isso usamos a matriz de covariância C e o dendrograma para atribuir pesos $\Omega = [w_1, w_2, \dots, w_n]^T$.

Algoritmo Iterativo:

1. Raiz: Atribua peso total $w_{\text{raiz}} = 1$ ao *cluster* que contém todos os ativos.
2. Divisão: Para cada *cluster* K com sub-*clusters* K_1 e K_2 , calcule as variâncias:

$$\sigma_{K_1}^2 = \mathbf{1}_{K_1}^T C_{K_1} \mathbf{1}_{K_1}, \quad \sigma_{K_2}^2 = \mathbf{1}_{K_2}^T C_{K_2} \mathbf{1}_{K_2} \quad (14)$$

onde $\mathbf{1}_{K_i}$ é um vetor de uns do tamanho de K_i , e C_{K_i} é a submatriz de C restrita aos ativos em K_i .

3. Pesos dos Sub-Clusters:

$$w_{K_1} = w_K \cdot \frac{\sigma_{K_2}^2}{\sigma_{K_1}^2 + \sigma_{K_2}^2}, \quad w_{K_2} = w_K \cdot \frac{\sigma_{K_1}^2}{\sigma_{K_1}^2 + \sigma_{K_2}^2} \quad (15)$$

4. Recursão: Aplique o mesmo processo aos sub-*clusters* K_1 e K_2 até atingir os ativos individuais.

A alocação promove paridade de risco, atribuindo menos peso a clusters mais voláteis

3.4.4 Comparação com Markowitz

Logo, quando comparados os dois métodos:

- Markowitz: Minimiza $\sigma_p^2 = \Omega^T C \Omega$ sujeito a $\Omega^T \bar{R} = R_{\text{alvo}}$, exigindo inversão de C .

- HRP: Organiza ativos hierarquicamente e aloca pesos com base no risco, evitando instabilidades numéricas

O HRP oferece uma abordagem robusta para construção de carteiras, destacando-se pela estabilidade e diversificação.

4 METODOLOGIA

4.1 Coleta de Dados

A pesquisa utilizou dados financeiros e econômicos de ativos do setor agropecuário brasileiro, com base no Índice Agro B3 (IAGRO), que reúne empresas representativas do agronegócio nacional e para isso, inicialmente, foi baixada do site da B3 uma planilha com a composição completa do índice, que após um filtro do setor Agro restou 70 empresas. Como o objetivo era coletar dados históricos a partir de 2015, verificou-se que algumas dessas empresas ainda não haviam realizado IPO (“*Initial Public Offering*”, ou em português, “Oferta Pública Inicial”) nesse período e por isso, tais empresas foram descartadas na simulação do primeiro ano (2015–2018), mas foram incorporadas nos anos posteriores, conforme se tornaram elegíveis.

Os dados históricos dos ativos selecionados foram obtidos por meio da plataforma *Yahoo Finance*, amplamente reconhecida na literatura e na prática financeira por oferecer acesso gratuito e confiável a séries temporais. Para cada ativo, foram coletadas as cotações ajustadas de fechamento, o volume médio diário negociado e a volatilidade anual, estimada com base na variância dos retornos diários.

É importante destacar que esta pesquisa se concentra exclusivamente na valorização do capital investido ao longo do tempo. Portanto, não foram considerados os efeitos de distribuição de proventos (como dividendos) nem os custos operacionais decorrentes de rebalanceamentos ou negociações. A simulação visa mensurar o desempenho teórico dos portfólios com base unicamente na variação dos preços dos ativos.

Para as etapas de coleta, tratamento, análise e visualização dos dados, foram utilizadas bibliotecas da linguagem de programação *Python*, amplamente adotadas nas áreas de ciência de dados e finanças quantitativas. O Quadro 3 apresenta as principais bibliotecas empregadas.

Quadro 3 – Bibliotecas utilizadas e suas funções

Biblioteca	Função Principal
<i>pandas e numpy</i>	Manipulação de dados e estruturas matriciais
<i>matplotlib e seaborn</i>	Construção de gráficos e visualizações estatísticas
<i>yfinance</i>	Extração de séries históricas financeiras diretamente da plataforma Yahoo Finance
<i>scipy</i>	- Resolução de problemas de otimização matemática (modelo de Markowitz) - Construção de dendrogramas, matrizes de distância (modelo

	HRP) - Aplicação dos testes estatísticos t de Student e Wilcoxon
<i>riskfolio</i> e <i>PyPortfolioOpt</i>	Ferramentas específicas para otimização de carteiras

Fonte – Autoral.

4.2 Seleção de Ativos

Dada a limitação temporal e o objetivo de comparar estratégias, foi necessário reduzir o universo de empresas analisadas para compor as carteiras e, por isso, foram definidos três critérios de filtragem seguindo a bibliografia (Vieira e Filomena, 2020; Filip *et al.*, 2024).

1. Volume médio diário superior a R\$10.000;
2. Volatilidade anual inferior a 70%;
3. Retorno anualizado positivo ($> 0\%$).

As empresas que atenderam a esses critérios foram então classificadas com base em um índice de desempenho (*Score*), calculado conforme a seguinte equação:

$$\text{Score} = (0,4 \cdot v_n) + (0,3 \cdot r_n) + (0,3 \cdot (1 - \text{vol})) \quad (16)$$

v_n = volume normalizado

r_n = retorno normalizado

vol = volatilidade

E para normalização foi calculado utilizando:

$$X_n = \frac{X - \min(X)}{\max(X) - \min(X)} \quad (17)$$

Com base nesse *Score*, foram selecionadas as 15 empresas mais bem ranqueadas em cada ano para compor os portfólios de investimento utilizados nas simulações.

4.3 Construção de Portfólios

Dois métodos foram empregados para a construção dos portfólios agropecuários:

1. Portfólio de Markowitz (Média-Variância)

Implementação do modelo tradicional de Markowitz para encontrar uma fronteira eficiente e a otimização foi feita para maximizar o retorno ajustado ao risco, utilizando a variância dos ativos como medida de risco.

2. Portfólio *Hierarchical Risk Parity* (HRP)

O HRP é um método moderno baseado em aprendizado de máquina que utiliza técnicas hierárquicas de clusterização para minimizar a correlação entre os ativos. Primeiramente, foi construída uma matriz de distância baseada na correlação inversa dos ativos, seguida pela aplicação de um algoritmo de clusterização hierárquica para estruturar a distribuição dos ativos e reduzir a exposição ao risco dentro de cada cluster.

4.4 Métricas de Avaliação de Desempenho

Os portfólios foram comparados utilizando métricas quantitativas que avaliam o risco e a rentabilidade:

- **Índice de Sharpe:** Mede o retorno excedente por unidade de risco, sendo calculado como a diferença entre o retorno do portfólio e a taxa livre de risco, dividida pelo desvio-padrão do retorno.

O índice é calculado da seguinte forma (Ferreira *et al.*, 2016):

$$S_{\text{sharpe}} = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p} \tag{18}$$

Em que:

R_p = Retorno do Fundo

R_f = Retorno da taxa livre de risco

σ_p = Desvio padrão do retorno do fundo

- **Índice de Sortino:** Variante do Índice de Sharpe que penaliza apenas a volatilidade negativa, tornando-se mais adequado para avaliar ativos com assimetria na distribuição dos retornos (Sortino; Price, 1994).

$$S_{\text{Sortino}} = \frac{R_p - R_f}{\sigma_d} \quad (19)$$

Em que:

R_p = Retorno médio do portfólio

R_f = Taxa livre de risco

σ_d = Desvio-padrão dos retornos negativos (volatilidade negativa)

Para o cálculo das métricas Sharpe e Sortino, adotou-se a média da taxa Selic entre os anos de 2019 e 2023 como taxa livre de risco, considerando que a Selic é o principal parâmetro para o rendimento de ativos públicos de baixíssimo risco no Brasil. A média aritmética simples do período foi de aproximadamente 7,64% ao ano.

- **Drawdown Máximo:** Representa a maior queda percentual acumulada do portfólio em determinado período, indicando sua vulnerabilidade a perdas expressivas (Choi *et al.*, 2021).

$$\text{MDD} = \max \left(\frac{V_t - V_{t(\max)}}{V_{t(\max)}} \right) \quad (20)$$

Em que:

MDD = Drawdown Máximo

V_t = Valor do portfólio no tempo t

$V_{t_{\max}}$ = Valor máximo do portfólio antes da queda

- **Resiliência em Cenários de Crise:** Foram simulados cenários adversos (Pandemia do COVID-19 em 2020) para avaliar a estabilidade dos portfólios sob estresse econômico.

4.5 Análise Comparativa e Validação

4.5.1 Backtesting

Os portfólios foram testados retrospectivamente em um período de cinco anos, considerando rebalanceamentos periódicos anuais para otimizar a performance. Nas etapas de rebalanceamento o *Score* foi aplicado para a seleção das 15 empresas candidatas à composição das carteiras.

4.5.2 Testes Estatísticos

A eficácia dos portfólios foi avaliada por meio de testes estatísticos, incluindo:

- **Teste t de Student:** Utilizado para comparar a média dos retornos ajustados ao risco entre diferentes portfólios, assumindo dados normalmente distribuídos e variâncias iguais ou desiguais entre os grupos (Rajput; Devi, 2022).
- **Teste de Wilcoxon:** Emprega metodologia não paramétrica para investigar diferenças estatisticamente significativas entre distribuições emparelhadas, especialmente útil quando os retornos não seguem distribuição normal (Cushman *et al.*, 2023).

Esses testes são frequentemente combinados em análises financeiras de performance. O t teste oferece maior poder estatístico em amostras com normalidade, enquanto o teste de Wilcoxon é mais robusto frente a dados fora das premissas paramétricas (Rice, 2021).

5 RESULTADOS

5.1 Seleção de Ativos

Aplicados aos dados referentes ao período de janeiro de 2015 a dezembro de 2018, esses critérios resultaram na seleção de 19 empresas do setor agropecuário que apresentaram características adequadas para compor os portfólios iniciais. A Tabela 1 apresenta a relação de ativos que atenderam aos requisitos mencionados:

Tabela 1 – Empresas aprovadas após aplicação dos critérios de filtragem (2015–2018)

Ticker	Volume Médio Diário (R\$)	Retorno Anual (%)	Volatilidade Anual (%)
CTNM4.SA	11301	46,97	68,2
SGPS3.SA	15290	44,72	60,17
SLCE3.SA	1556216	39,9	35,61
RAPT4.SA	1742094	30,9	48,81
EUCA4.SA	50615	23,3	54,22
DXCO3.SA	2121424	22,81	39,86
AGRO3.SA	69633	22,46	22,03
SUZB3.SA	1364445	20,57	25,83
CGRA4.SA	13199	19,61	32,56
CRFB3.SA	3064396	19,23	28,73
JBSS3.SA	9373947	17,79	52,27
RAIL3.SA	6779188	17,56	59,32
SMTO3.SA	788124	15,99	28,92
MDIA3.SA	487050	15,95	32,57
TUPY3.SA	402316	15,51	32,22
CSAN3.SA	5102608	14,46	34,29
KLBN11.SA	3160613	10,24	28,22
MRFG3.SA	2694376	7,42	41,17
ABEV3.SA	13422566	5,73	20,77

Fonte: Autoral

5.1.1 Ranqueamento por *Score*

A fim de selecionar os ativos mais promissores entre os que passaram pelo filtro inicial, foi calculado um índice de desempenho, denominado *Score*, composto por três variáveis fundamentais: volume médio, retorno anualizado e volatilidade anual.

Nessa formulação, o volume negociado foi normalizado para permitir sua comparação com as demais variáveis, sendo que a volatilidade foi invertida (1 - volatilidade) para garantir que ativos menos voláteis fossem mais bem avaliados na composição final do *Score*. Além disso, a atribuição dos pesos reflete uma valorização da liquidez em relação ao risco e ao retorno, conforme discutido na literatura, uma vez que o volume diário representa a viabilidade prática de execução de ordens no mercado. Assim, o volume recebeu peso de 40%, enquanto o retorno e a estabilidade (baixa volatilidade) receberam peso de 30% cada. A Tabela 2 exhibe o resultado da aplicação da equação do *Score* nas empresas filtradas.

Tabela 2 – *Score* de desempenho e classificação das empresas selecionadas para carteira de 2019

Ticker	Score
ABEV3.SA	0.700000
SLCE3.SA	0.500783
JBSS3.SA	0.467737
CRFB3.SA	0.438918
CSAN3.SA	0.429842
SUZB3.SA	0.416307
AGRO3.SA	0.415472
KLBN11.SA	0.379616
DXCO3.SA	0.366438
RAPT4.SA	0.357438
SMTO3.SA	0.346256
RAIL3.SA	0.344081
SGPS3.SA	0.334542
CGRA4.SA	0.326453
MDIA3.SA	0.313899
TUPY3.SA	0.310384
CTNM4.SA	0.300000
MRFG3.SA	0.263286

EUCA4.SA	0.217410
----------	----------

Fonte: Autoral

Os valores obtidos permitem a identificação das 15 empresas mais bem ranqueadas, que foram utilizadas na construção das carteiras de investimento simuladas para o ano de 2019.

5.2 Construção de Portfólios

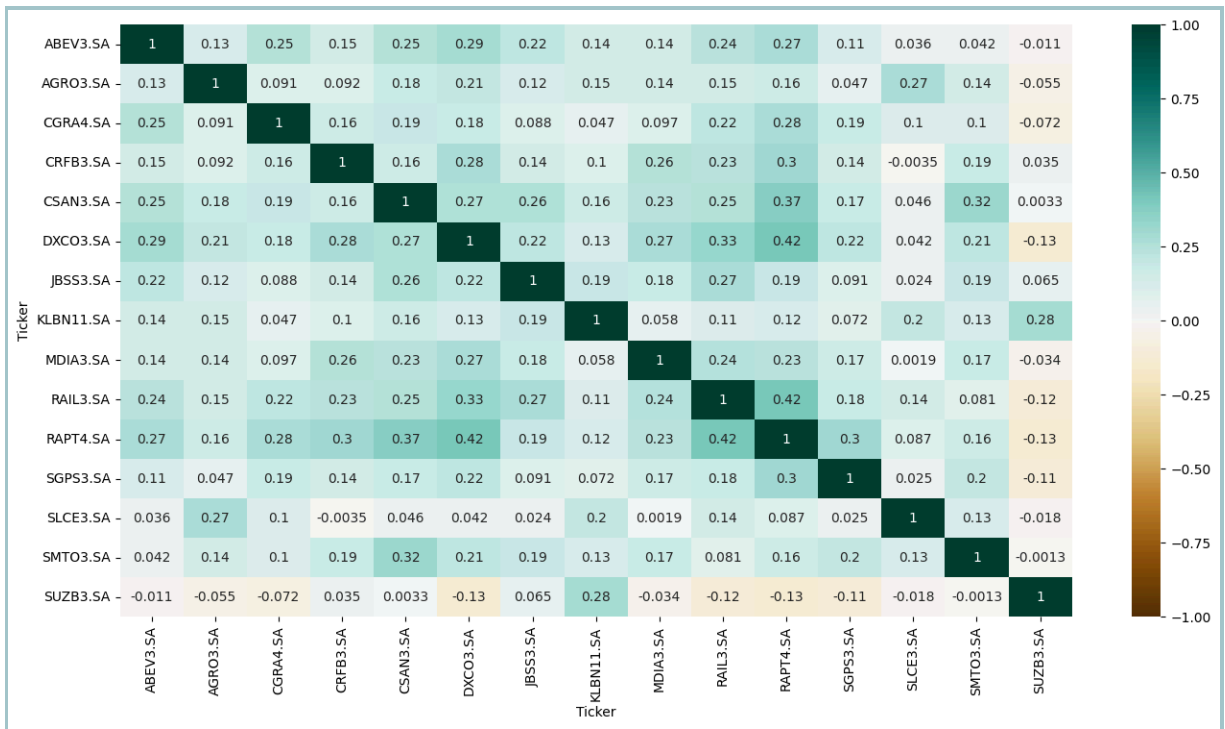
A partir das 15 empresas selecionadas por meio do ranqueamento por *Score*, foram aplicadas duas metodologias de alocação de ativos para construção dos portfólios agropecuários: o modelo tradicional de Markowitz, baseado na teoria média-variância, e o modelo alternativo *Hierarchical Risk Parity* (HRP), que utiliza técnicas de aprendizado de máquina e clusterização hierárquica. Ambas as abordagens foram aplicadas aos dados do período de janeiro de 2015 a dezembro de 2018, com o objetivo de simular a performance dos portfólios no ano de 2019.

5.2.1 Método de Markowitz

A primeira etapa consistiu no cálculo dos retornos diários dos ativos, os quais foram utilizados para a obtenção do retorno médio anualizado e da volatilidade de cada ação. Em seguida, foi construída a matriz de correlação entre os ativos (Figura 2), a fim de identificar o grau de co-movimento entre os preços das ações.

A correlação é uma medida estatística que varia de -1 a +1 e indica a direção e a intensidade da relação linear entre dois ativos sendo que correlações positivas indicam que os ativos tendem a se movimentar na mesma direção, enquanto correlações negativas indicam movimentação oposta. Uma baixa correlação entre ativos é desejável, pois contribui para a diversificação e redução do risco total do portfólio.

Figura 2 – Matriz de Correlação entre os Ativos

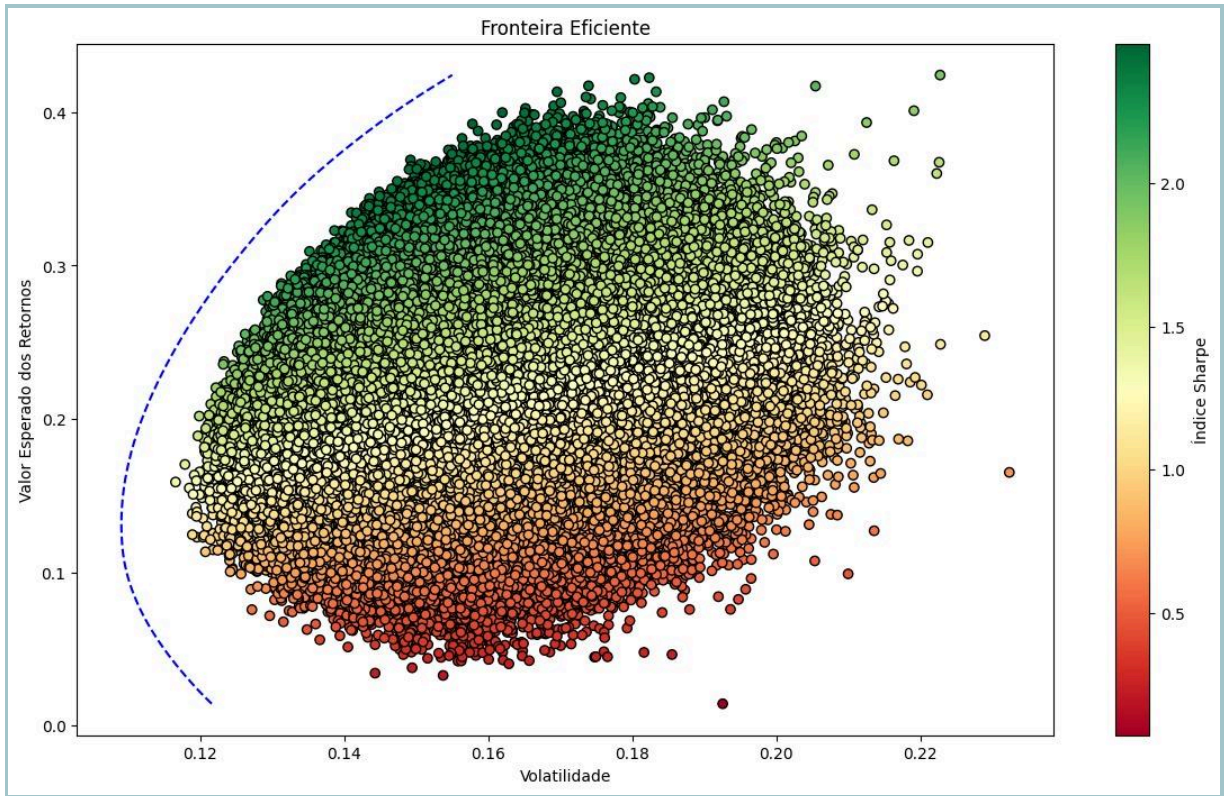


Fonte: Autoral

Após a análise da correlação, foi implementada a otimização da carteira, que busca encontrar as combinações ideais de ativos que maximizem o retorno esperado para um dado nível de risco. Essa otimização foi realizada por meio do método *Sequential Least Squares Programming* (SLSQP) — método numérico que permite resolver problemas com restrições, como garantir que a soma dos pesos seja igual a 1 e que nenhum ativo tenha peso negativo na carteira — disponível na biblioteca *scipy.optimize*.

O resultado dessa otimização é representado na Figura 3, que apresenta a fronteira eficiente que corresponde ao conjunto de carteiras que oferecem o maior retorno possível para cada nível de risco. A curva em azul representa a linha da fronteira, enquanto os pontos coloridos representam 10^7 combinações simuladas de portfólios com pesos aleatórios, codificadas pela escala do Índice de Sharpe.

Figura 3 – Fronteira Eficiente



Fonte: Autoral

Por fim, foi selecionada a carteira com a melhor relação risco-retorno para simular o desempenho do portfólio no ano de 2019. Os pesos otimizados atribuídos a cada ativo correspondem à carteira de menor volatilidade posicionada sobre a fronteira eficiente. A distribuição dos pesos dessa carteira está detalhada na Tabela 3.

Tabela 3 – Pesos das Ações Otimizados 2019 - Markowitz

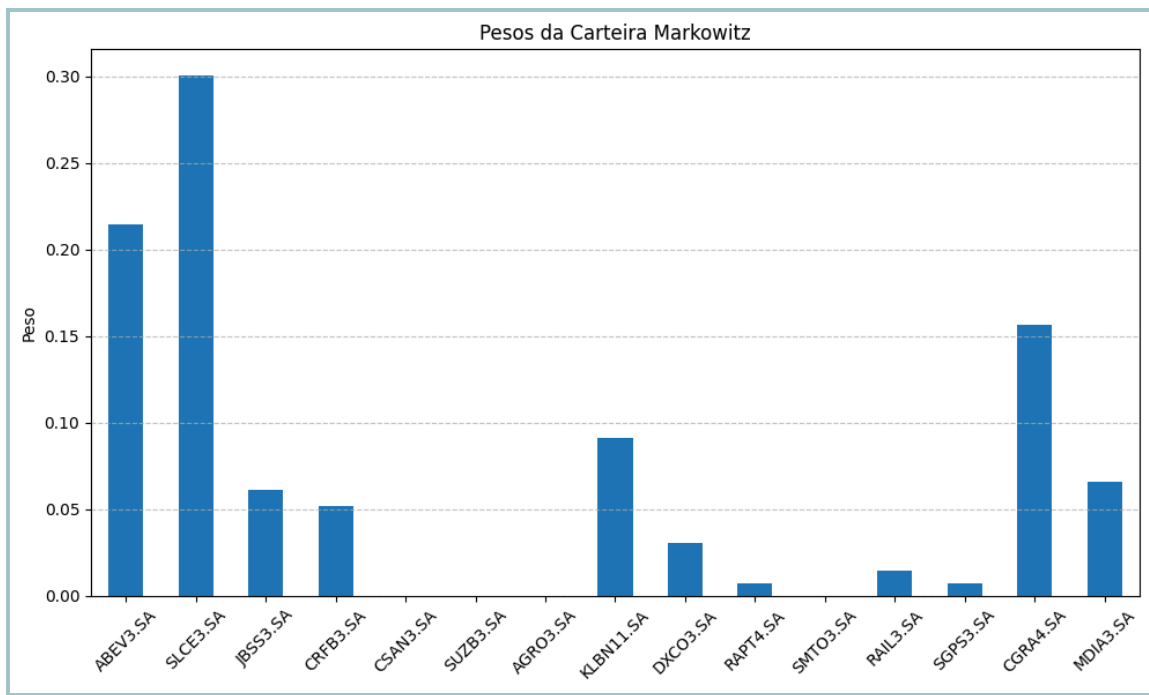
Ação	Peso (%)
ABEV3.SA	21.41
SUZB3.SA	0.00
SMTO3.SA	0.00
SLCE3.SA	30.04
AGRO3.SA	0.00
RAIL3.SA	1.44
JBSS3.SA	6.11
KLBN11.SA	9.10
SGPS3.SA	0.72

CRFB3.SA	5.18
DXCO3.SA	3.07
CGRA4.SA	15.64
CSAN3.SA	0.00
RAPT4.SA	0.70
MDIA3.SA	6.59

Fonte: Autoral

A Figura 4 é a representação gráfica da distribuição da carteira mostrada na Tabela 3.

Figura 4 – Pesos otimizados dos ativos no portfólio (Markowitz)



Fonte: Autoral

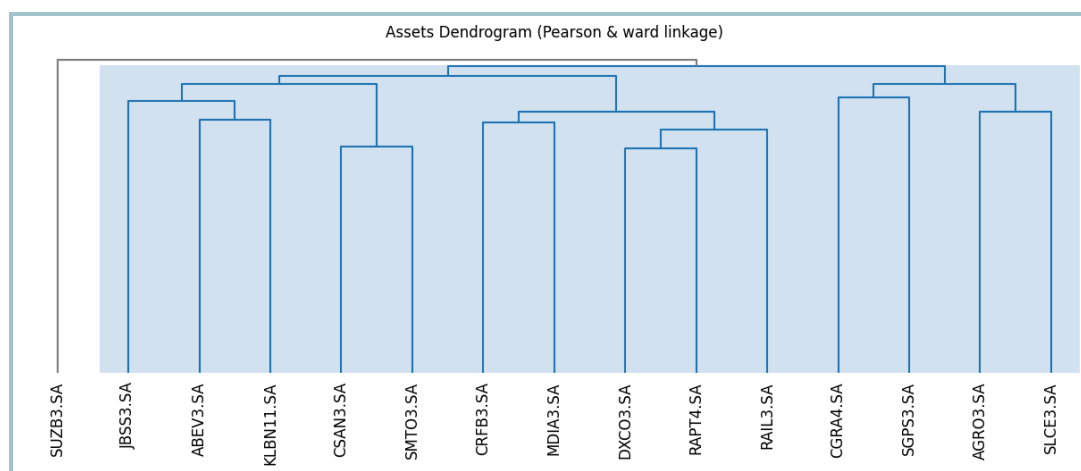
5.2.2 Método HRP (Hierarchical Risk Parity)

A aplicação do método HRP iniciou-se com a coleta dos retornos diários dos ativos selecionados, com base nos dados históricos obtidos por meio da biblioteca *yfinance*, da mesma forma que no modelo de Markowitz. Esses retornos foram utilizados para o cálculo das correlações entre os ativos, que posteriormente seriam transformadas em distâncias para a realização da clusterização.

Na sequência, foi aplicada uma técnica de clusterização hierárquica, com o objetivo de organizar os ativos conforme o grau de similaridade entre seus comportamentos históricos. Essa organização permitiu estruturar os ativos em grupos, de forma que o risco pudesse ser redistribuído entre clusters com menor correlação interna.

O resultado dessa etapa pode ser visualizado no dendrograma apresentado na Figura 5. Esse gráfico representa visualmente o agrupamento dos ativos com base em sua proximidade estatística, já que quanto mais cedo dois ativos se unem no gráfico, mais semelhantes são seus padrões de retorno. Por outro lado, ativos que aparecem em extremidades opostas ou se juntam apenas nos níveis superiores indicam menor correlação e maior distinção em seus comportamentos.

Figura 5 – Dendrograma dos ativos selecionados (HRP)



Fonte: Autoral

O dendrograma ilustra como os ativos foram agrupados com base na similaridade de seus retornos históricos, sendo que a primeira grande separação ocorre com a ação SUZB3.SA, que se distancia significativamente das demais, indicando um padrão de comportamento distinto, possivelmente influenciado por fatores como exposição ao câmbio, volatilidade do mercado internacional de celulose e sensibilidade a variáveis externas.

Entre os ativos restantes, observa-se a formação de dois grandes grupos, como AGRO3.SA e SLCE3.SA que permanecem juntas até os níveis mais baixos da árvore, sugerindo alta correlação, algo esperado, já que ambas atuam no setor primário, com dependência de fatores climáticos e preços de commodities.

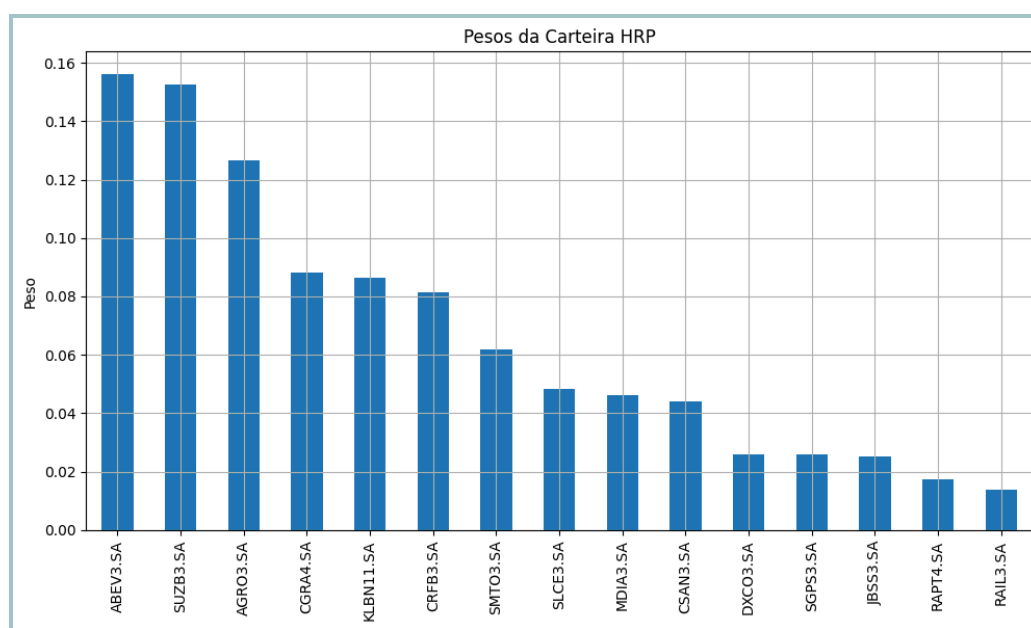
Por outro lado, ativos como JBSS3.SA, ABEV3.SA e KLBN11.SA, embora de segmentos distintos, foram agrupados de forma próxima, o que pode estar relacionado à

estabilidade de seus retornos, semelhanças em níveis de volatilidade ou respostas semelhantes a variáveis macroeconômicas, como consumo interno, inflação ou taxa de juros. Então, fica evidente que a estrutura do dendrograma não reflete necessariamente a classificação setorial tradicional dos ativos, mas sim a similaridade estatística no comportamento de seus preços históricos.

Após a estruturação dos *clusters*, foi realizada a reordenação quasi-diagonal da matriz de covariância, que orientou a alocação recursiva dos pesos entre os ativos. O objetivo dessa etapa é distribuir o risco igualmente entre os grupos formados, atribuindo maiores pesos aos clusters mais estáveis e com menor correlação interna.

A alocação final dos ativos no portfólio está representada na Figura 6, que mostra os pesos atribuídos a cada ativo segundo o método HRP.

Figura 6 – Pesos otimizados dos ativos no portfólio (HRP)



Fonte: Autoral

A Tabela 4 é um detalhamento da Figura 6 e detalha os pesos atribuídos.

Tabela 4 – Pesos das Ações Otimizados 2019 - HRP

Ação	Peso (%)
ABEV3.SA	15,6
SUZB3.SA	15,25

SMT03.SA	6,2
SLCE3.SA	4,84
AGRO3.SA	12,65
RAIL3.SA	1,39
JBSS3.SA	2,52
KLBN11.SA	8,65
SGPS3.SA	2,58
CRFB3.SA	8,14
DXCO3.SA	2,59
CGRA4.SA	8,88
CSAN3.SA	4,41
RAPT4.SA	1,72
MDIA3.SA	4,61

Fonte: Autoral

5.3 Rebalanceamento e Comparação Anual dos Portfólios (2019–2023)

5.3.1 Estratégia de Rebalanceamento

Após a construção inicial dos portfólios para o ano de 2019, foi adotada uma estratégia de rebalanceamento anual, com o objetivo de manter a carteira ajustada às variações do mercado e à entrada ou saída de empresas elegíveis no universo analisado. A cada ciclo anual, foram repetidas as mesmas etapas descritas nas seções anteriores: reaplicação dos critérios de filtragem (volume, volatilidade e retorno), reclassificação das empresas com base no *Score* e seleção das 15 ações mais bem ranqueadas para compor os portfólios.

Esse processo considerou a realidade histórica de que novas empresas realizaram IPOs ao longo do período e passaram a atender aos critérios mínimos, sendo incorporadas aos portfólios dos anos subsequentes. Da mesma forma, algumas empresas deixaram de atender aos requisitos em determinados anos, sendo automaticamente excluídas da seleção. A Tabela 5 apresenta a quantidade de ações que passaram no filtro inicial em cada ano antes da aplicação do *Score* final:

Tabela 5 – Número de empresas aprovadas na filtragem inicial por ano

Ano	Nº de Empresas
2019	19
2020	20
2021	23
2022	28
2023	28

Fonte: Autoral

5.3.2 Visão Geral dos Pesos e Ações por Ano

Com base na estratégia de rebalanceamento adotada, foram geradas novas composições de carteira para cada ano do período analisado (2019 a 2023), tanto para o modelo de Markowitz quanto para o modelo HRP. A cada ano, as 15 ações mais bem classificadas pelo *Score* foram selecionadas, e seus respectivos pesos foram calculados conforme a metodologia de cada modelo.

A seguir, apresentam-se as tabelas 6 e 7 com o resumo completo das empresas selecionadas e os pesos atribuídos em cada portfólio anual, permitindo uma análise clara da evolução das alocações ao longo do tempo. Os dados estão organizados separadamente para os dois métodos aplicados.

Tabela 6 – Composição anual dos portfólios (2019–2023) – Método de Markowitz

2019		2020		2021		2022		2023	
Ação	Peso (%)	Ação	Peso (%)	Ação	Peso (%)	Ação	Peso (%)	Ação	Peso (%)
ABEV3	21.41	ABEV3	14.16	ABEV3	0.00	ABEV3	9.60	LAND3	9.40
SLCE3	30.04	JBSS3	33.67	JSLG3	9.33	LAND3	2.34	ABEV3	26.43
JBSS3	6.83	CSAN3	9.19	JBSS3	0.00	JBSS3	10.91	KLBN11	26.15
CRFB3	5.18	SLCE3	4.75	CSAN3	35.57	CSAN3	3.84	AGRO3	5.43
CSAN3	0.00	CRFB3	0.00	SLCE3	12.23	KLBN11	6.78	SUZB3	12.15
SUZB3	0.00	AGRO3	0.00	AGRO3	1.60	VITT3	11.56	ASAI3	3.86
AGRO3	0.00	SUZB3	0.00	SUZB3	0.00	SUZB3	12.81	CRFB3	3.30
KLBN11	9.10	KLBN11	10.31	KLBN11	0.00	AGRO3	22.22	SLCE3	0.26
DXCO3	3.07	DXCO3	1.86	CRFB3	10.57	CRFB3	2.41	SMTO3	0.72
RAPT4	0.70	RAIL3	3.62	MRFG3	16.79	SLCE3	4.13	BEEF3	10.00
SMTO3	0.00	RAPT4	0.00	DXCO3	3.74	VAMO3	2.15	CSAN3	0.97

RAIL3	1.44	SMT03	1.00	CGRA4	0.00	MRFG3	0.00	MRFG3	0.00
SGPS3	0.00	SGPS3	0.00	RAPT4	10.17	CAML3	11.25	VAMO3	0.00
CGRA4	15.64	MRFG3	15.37	SMT03	0.00	RAIL3	0.00	JBSS3	1.31
MDIA3	6.59	CGRA4	06.06	CAML3	0.00	SMT03	0.00	RAIL3	0.00

Fonte: Autoral

Tabela 7 – Composição anual dos portfólios (2019–2023) – Método HRP

2019		2020		2021		2022		2023	
Ação	Peso (%)	Ação	Peso (%)	Ação	Peso (%)	Ação	Peso (%)	Ação	Peso (%)
ABEV3	15.60	ABEV3	10.83	ABEV3	8.24	ABEV3	8.80	LAND3	17.17
SLCE3	15.25	JBSS3	3.10	JSLG3	5.92	LAND3	13.82	ABEV3	11.14
JBSS3	12.65	CSAN3	4.39	JBSS3	3.05	JBSS3	3.65	KLBN11	9.99
CRFB3	8.81	SLCE3	6.50	CSAN3	4.64	CSAN3	3.89	AGRO3	9.64
CSAN3	8.65	CRFB3	6.65	SLCE3	7.62	KLBN11	10.47	SUZB3	8.22
SUZB3	8.15	AGRO3	19.47	AGRO3	19.07	VITT3	2.73	ASAI3	6.12
AGRO3	6.20	SUZB3	10.87	SUZB3	7.03	SUZB3	8.66	CRFB3	5.65
KLBN11	4.84	KLBN11	10.45	KLBN11	8.40	AGRO3	12.76	SLCE3	5.21
DXCO3	4.62	DXCO3	2.98	CRFB3	6.11	CRFB3	7.13	SMT03	8.70
RAPT4	4.41	RAIL3	1.71	MRFG3	3.77	SLCE3	6.15	BEEF3	0.43
SMT03	2.59	RAPT4	2.05	DXCO3	2.98	VAMO3	3.32	CSAN3	4.28
RAIL3	2.58	SMT03	6.49	CGRA4	9.13	MRFG3	3.91	MRFG3	3.99
SGPS3	2.52	SGPS3	2.63	RAPT4	2.27	CAML3	08.08	VAMO3	3.32
CGRA4	1.73	MRFG3	3.11	SMT03	4.89	RAIL3	2.65	JBSS3	3.21
MDIA3	1.39	CGRA4	8.77	CAML3	6.89	SMT03	3.99	RAIL3	2.91

Fonte: Autoral

Ao comparar os portfólios gerados pelos métodos de Markowitz e HRP, nota-se uma diferença significativa no padrão de alocação dos pesos entre os ativos, o modelo de Markowitz tende a gerar carteiras mais concentradas em poucos ativos, com pesos elevados para ações específicas e pesos nulos para diversas outras, o que reflete a sensibilidade do modelo à estimativa da matriz de covariância, que pode penalizar ativos com maior correlação entre si ou com maior volatilidade estimada.

Por outro lado, o método HRP apresenta uma distribuição mais equilibrada dos pesos entre os ativos selecionados, que se deve ao fato de que o método não depende da inversão da

matriz de covariância e se baseia na estrutura hierárquica de similaridade entre os ativos, favorecendo uma alocação mais diversificada. Essa maior homogeneidade de pesos pode proporcionar maior robustez e estabilidade ao portfólio em cenários de incerteza ou alta volatilidade.

5.3.3 Distribuição Setorial dos Portfólios

Além da análise quantitativa dos pesos e ativos selecionados, também foi avaliada a composição setorial dos portfólios ao longo do período analisado, com o intuito de investigar se os métodos adotados geraram alocações concentradas ou distribuídas entre os diferentes subsetores do agronegócio: produção primária, agroindústria, agrosserviços e insumos.

De modo geral, observou-se que o método de Markowitz tendeu a apresentar maior concentração setorial, frequentemente alocando um número maior de ativos em subsetores mais estáveis, como a agroindústria, o que pode ser explicado pela influência da matriz de covariância, que privilegia ativos com menor correlação entre si, mas não necessariamente com maior diversidade de origem setorial.

Por outro lado, o modelo HRP demonstrou maior capacidade de distribuir os ativos entre diferentes subsetores, alocando pesos relevantes mesmo para empresas do setor primário ou de insumos, que normalmente são mais voláteis, refletindo natureza da clusterização hierárquica, que organiza os ativos com base em padrões de correlação estatística, e não em classificações econômicas tradicionais, permitindo uma diversificação estrutural mais adaptativa.

A Tabela 8 apresenta a quantidade de empresas alocadas em cada subsetor por ano, em ambos os métodos:

Tabela 8 – Distribuição de empresas por subsetor (2019–2023)

Método	Subsetor	2019	2020	2021	2022	2023
Markowitz	Agroindústria	5	5	3	5	5
Markowitz	Primário	3	3	3	3	3
Markowitz	Insumos	3	3	3	1	1
Markowitz	Agrosserviços	3	3	1	1	1
HRP	Agroindústria	6	5	5	5	5
HRP	Primário	3	3	3	3	3
HRP	Insumos	3	3	3	1	1

HRP	Agroserviços	3	3	1	1	1
-----	--------------	---	---	---	---	---

Fonte: Autoral

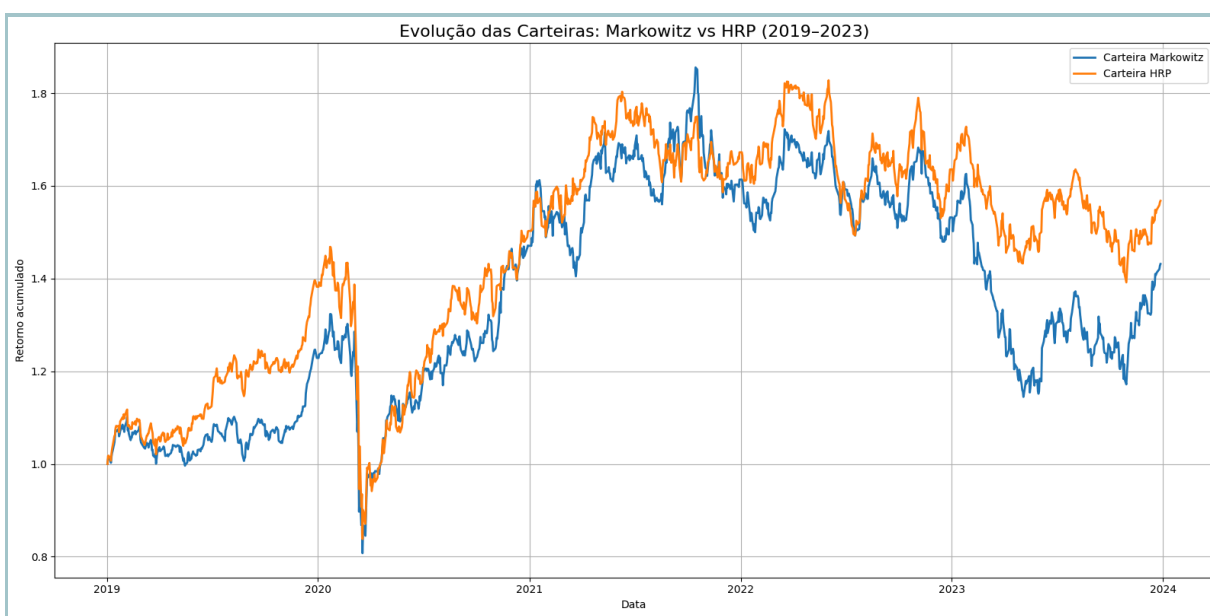
Essa diferença na distribuição é particularmente relevante quando se considera o risco sistêmico de cada setor, pois a diversificação entre subsetores contribui para a resiliência da carteira frente a choques específicos, como secas, variações cambiais ou interrupções na cadeia produtiva. Portanto, a distribuição mais uniforme obtida pelo modelo HRP pode ter contribuído para seu desempenho superior em cenários mais voláteis.

5.4 Análise do Desempenho Acumulado (2019–2023)

5.4.1 Rentabilidade Acumulada

A Figura 7 apresenta a evolução do retorno acumulado das carteiras construídas pelos métodos de Markowitz e HRP ao longo do período de 2019 a 2023 e observa-se que, apesar de ambas as estratégias partirem do mesmo ponto e compartilharem a mesma lógica de rebalanceamento anual, os portfólios apresentaram trajetórias distintas de crescimento e recuperação ao longo dos anos.

Figura 7 – Evolução do retorno acumulado: Markowitz vs. HRP (2019–2023)



Fonte: Autoral

A carteira construída com o método HRP apresentou desempenho superior, especialmente nos períodos de maior volatilidade do mercado, como em 2020 e embora o método Markowitz tenha alcançado níveis comparáveis em certos momentos, sua performance foi mais afetada por oscilações bruscas, resultando em maior sensibilidade a choques de mercado.

5.4.2 Métricas de Avaliação

Para aprofundar a comparação entre as duas metodologias, foram calculadas métricas quantitativas clássicas de avaliação de desempenho de carteiras, mostradas na Tabela 9.

Tabela 9 – Métricas de Avaliação de Desempenho

Métrica	Markowitz	HRP
Índice de Sharpe	0,0024	0,0173
Índice de Sortino	0,0029	0,0204
Drawdown Máximo	-38,98%	-42,93%

Fonte: Autoral

Os resultados indicam que o método HRP obteve retorno ajustado ao risco significativamente superior, tanto pelo Índice de Sharpe quanto pelo Índice de Sortino.

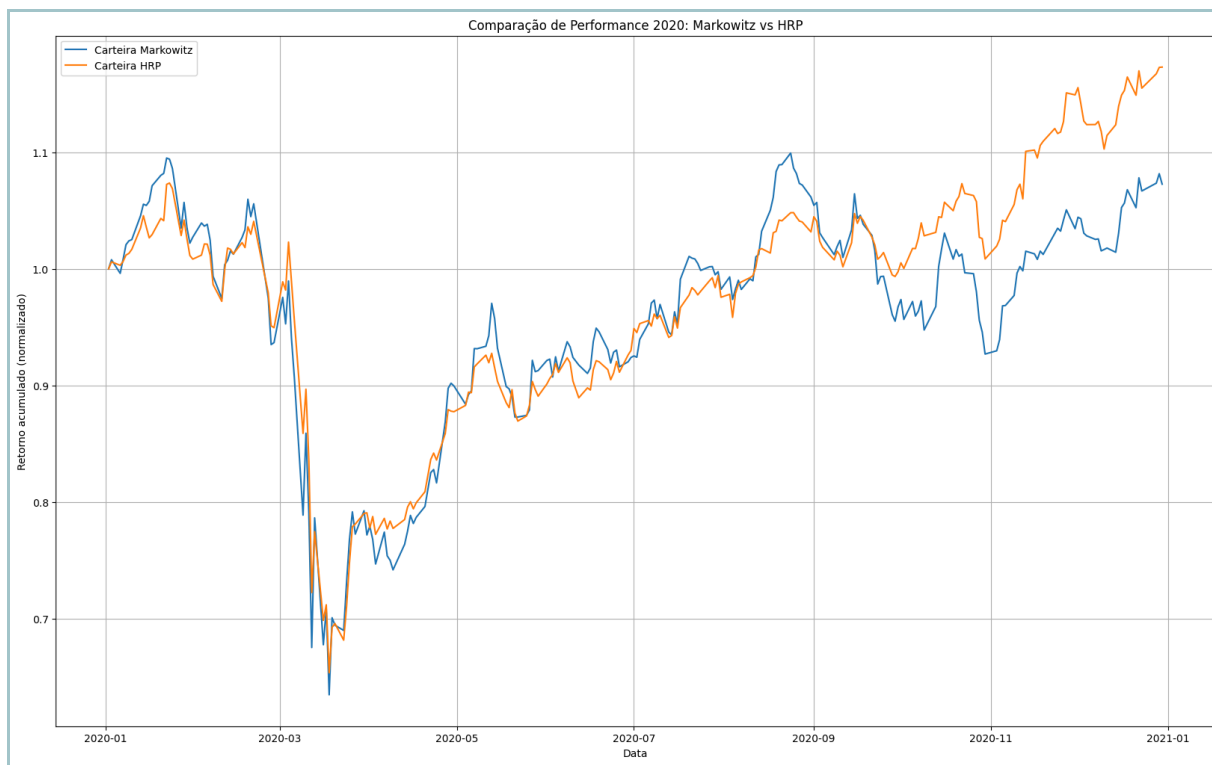
O Sharpe mede a eficiência da carteira ao gerar retorno excedente em relação à volatilidade total, enquanto o Sortino foca apenas nos desvios negativos (riscos desfavoráveis). Em ambos os casos, os valores da carteira HRP foram notavelmente mais altos, indicando melhor relação risco-retorno. No entanto, o *drawdown* máximo da carteira HRP foi ligeiramente maior, atingindo uma queda acumulada de -42,93%, contra -38,98% da Markowitz. Esse resultado pode indicar que, apesar de mais eficiente no longo prazo, a carteira HRP foi mais agressiva em determinados momentos, refletindo maior exposição pontual a *clusters* mais voláteis.

5.4.3 Resiliência em Cenários de Crise

Além da avaliação geral de rentabilidade acumulada, é possível observar um importante teste prático de resiliência dos portfólios em cenários de crise durante o ano de 2020, quando o mercado financeiro foi severamente impactado pela pandemia da Covid-19. No gráfico da Figura 8 onde o retorno das carteiras foi normalizado no início de 2020, nota-se

que ambas as carteiras sofreram quedas abruptas no primeiro trimestre daquele ano, refletindo o choque sistêmico causado pela incerteza global.

Figura 8 – Retorno em 2020: Markowitz vs. HRP



Fonte: Autoral

No entanto, a carteira construída com o método HRP demonstrou recuperação mais rápida e consistente, retomando sua trajetória de valorização ainda em 2020 e se mantendo à frente da carteira Markowitz nos períodos seguintes. Esse comportamento evidencia a maior capacidade do modelo HRP de reagir a ambientes instáveis, provavelmente devido à sua estrutura de alocação baseada em clusters de risco, que favorece uma diversificação mais adaptativa frente a eventos extremos.

5.4.4 Testes Estatísticos

Para verificar a significância estatística das diferenças observadas, foram aplicados dois testes comparativos entre os retornos diários das carteiras, sendo os resultados:

- Teste t de Student

No teste t de Student, que compara as médias dos retornos diários das duas carteiras assumindo distribuições aproximadamente normais e variâncias homogêneas, foi obtida uma estatística t de -0,3777 com um p-valor de 0,7057. Esse p-valor é muito superior ao nível de significância de 5% (0,05), o que indica que não há evidência suficiente para rejeitar a

hipótese nula de igualdade entre as médias. Em outras palavras, não se pode afirmar que as médias dos retornos diários dos dois modelos sejam significativamente diferentes.

- Teste de Wilcoxon:

Já o teste de Wilcoxon, uma alternativa não paramétrica ao teste t, que é mais apropriada quando não se assume normalidade dos dados, compara as distribuições dos retornos das carteiras. Esse teste retornou uma estatística W de 374.814 e um p-valor de 0,4615, que também é superior a 0,05. Assim como no teste t, esse resultado indica que não há diferença estatisticamente significativa entre as distribuições dos retornos dos dois métodos.

Esses resultados indicam que, apesar da superioridade visual e métrica da carteira HRP, as diferenças não são estatisticamente significativas no nível de 5%. Isso sugere que, embora o modelo HRP tenha se mostrado mais eficiente ao longo do período, o desempenho não pode ser considerado, com segurança estatística, superior em termos médios ou de distribuição ao da carteira baseada em Markowitz.

6 CONCLUSÃO

O presente trabalho teve como objetivo comparar a eficácia de dois métodos de construção de carteiras de investimento (Markowitz e *Hierarchical Risk Parity*) aplicados ao setor agropecuário brasileiro, a partir da seleção de ativos listados no Índice Agro B3 (IAGRO). Para isso, foram utilizados dados históricos do período de 2015 a 2023, com simulações anuais entre 2019 e 2023 e rebalanceamento periódico, respeitando critérios de liquidez, volatilidade e retorno.

Ambas as metodologias foram implementadas com base em dados reais e testadas por meio de *backtesting*, utilizando métricas quantitativas amplamente aceitas, como o Índice de Sharpe, Índice de Sortino e o *Drawdown* Máximo, e também foram aplicados testes estatísticos (t de Student e Wilcoxon) para verificação da significância dos resultados.

Os resultados obtidos demonstraram que a carteira construída com o método HRP superou a de Markowitz em termos de retorno acumulado ao longo do período analisado, apresentando também melhor desempenho ajustado ao risco, conforme evidenciado pelos índices de Sharpe e Sortino. Apesar disso, o método HRP apresentou um *Drawdown* Máximo ligeiramente superior, o que indica uma exposição pontual mais acentuada a perdas, ainda que sua recuperação tenha se mostrado mais rápida e eficiente, como evidenciado no cenário de crise ocorrido em 2020. No entanto, os testes estatísticos aplicados não indicaram diferenças significativas entre os desempenhos diários das carteiras no nível de significância adotado, o que sugere cautela na generalização dos resultados.

A análise demonstrou também a viabilidade de aplicação de modelos quantitativos no setor agropecuário brasileiro, evidenciando que abordagens mais modernas, como o HRP, oferecem alternativas promissoras frente a modelos tradicionais e a utilização de filtros objetivos e a construção de um *Score* personalizado para seleção dos ativos reforçou a importância de critérios robustos e adaptáveis à realidade do mercado nacional.

Como limitações, destaca-se a ausência de simulações com diferentes tamanhos de carteira e a não consideração de custos operacionais e tributários, além da exclusão de proventos como dividendos. Para trabalhos futuros, sugere-se a ampliação da análise por meio da inclusão de simulações com variação na quantidade de ativos, testes de robustez paramétrica e comparação com carteiras passivas, como índices setoriais ou fundos de investimento temáticos. Adicionalmente, recomenda-se explorar estratégias de alocação dinâmica que combinem múltiplas metodologias e incorporem variáveis macroeconômicas na seleção e ponderação dos ativos.

Dessa forma, conclui-se que a metodologia HRP apresentou desempenho superior em termos gerais dentro do universo analisado, demonstrando-se uma alternativa viável e eficiente para a alocação de ativos no setor agropecuário, especialmente em contextos de alta volatilidade e incerteza.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO JÚNIOR, Hibraildo José de. *Construindo e analisando uma carteira de investimentos do setor agro usando factor investing*. 2022. Monografia (Bacharelado em Agronomia) – Universidade Federal Rural do Semi-Árido, Mossoró, 2022.

B3 – Brasil, Bolsa, Balcão. Índice Agronegócio B3 (IAGRO B3). Disponível em: https://www.b3.com.br/pt_br/market-data-e-indices/indices/indices-de-segmentos-e-setoriais/indice-agronegocio-b3-iagro-b3.htm. Acesso em: 17 fev. 2025.

BARROS, E; MACHADO, L; FERREIRA, R. Gestão financeira no agronegócio: desafios e estratégias no contexto global. *Revista GeSec*, São José dos Pinhais, 2024. Disponível em: <https://doi.org/10.7769/gesec.v15i8.3934> . Acesso em: 10 jul. 2025.

BARBIERI, L *et al.* *An LLM-based Q&A natural language interface to process mining*. *Lecture Notes in Computer Science*, 2023.

BRUNI, A. L.; FUENTES, J.; FAMÁ, R. A moderna teoria de portfólios e a contribuição dos mercados latinos na otimização da relação risco versus retorno de carteiras internacionais: evidências empíricas recentes (1996-1997). In: III SemeAd - Seminários em Administração da FEA/USP, 1999, São Paulo.

CHOI, J; CHEKHLOV, A; ZABARANKIN, M. *Maximum Drawdown and Asset Pricing*. SSRN, 2021. Acesso em: 18 jul. 2025.

CORNUEJOLS, G.; TÛTÛNCÛ, R. *Optimization methods in finance*. Cambridge: Cambridge University Press, 2006.

CUSHMAN, H; NGUYEN, L; SOTO, P. *Assessing portfolio strategies using Wilcoxon signed-rank test: An empirical study*. *International Journal of Finance and Economics*, 2023. Acesso em: 10 jul. 2025.

DE MIGUEL, Victor; GARLAPPI, Lorenzo; UPPAL, Raman. *Optimal versus naive diversification: how inefficient is the 1/N portfolio strategy?* *The Review of Financial Studies*, Oxford University Press, 2009. Disponível em: <https://doi.org/10.1093/rfs/hhm075>. Acesso em: 17 jul. 2025.

FERREIRA, E. C.; COSTA, S. S. R. A utilização do Índice de Sharpe como ferramenta para comparação de risco/retorno em fundos de investimento. *Revista Espacios*, v. 37, n. 15, p. 23, 2016.

FILIP, O. A.; CANTALICE, J. R.; SZTANDERA, L. M. *The Effects of the Introduction of Volume-Based Liquidity Constraints in Portfolio Optimization with Alternative Investments*. *Mathematics*, Basel, 2024. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2227-7390/12/15/2424>. Acesso em: 06 jul. 2025.

GUEDES, D; OLIVEIRA, E; SANTOS, G; FERREIRA, R. Relação do desempenho econômico-financeiro das empresas do agronegócio da B3 e os ciclos econômicos. *Redeca – Revista Eletrônica do Departamento de Ciências Contábeis & Departamento de Atuária e Métodos Quantitativos da FEAPUC/SP*. 2021. Disponível em:

<https://revistas.pucsp.br/index.php/redeca/article/download/54751/37471/165816>. Acesso em: 17 jul. 2025.

HU, O; PASCALICCHIO, A. Seleção e alocação eficientes em fundos de investimento em ações. *Revista Mackenzie de Engenharia e Computação*, 2021. DOI: 10.5935/rmec.v21n1p10-31.

ICCS – International Conference on Computational Science. *Improving portfolio optimization using weighted link prediction in dynamic stock networks*, 2019. DOI: https://dx.doi.org/10.1007/978-3-030-22744-9_27

LEAL, L; BRANDALISE, N. Otimização de carteiras: uso da regressão múltipla e metodologia value at risk: análise de ativos de frigoríficos na B3. *Anais do Simpósio de Engenharia de Produção*, Catalão, UFG, 25 a 27 set. 2024.

LINTZ, A.; RENYI, L. Comparação de estimadores de volatilidade na administração de carteiras de investimento: uma abordagem através do modelo de Markowitz. In: III SemeAd - Seminários de Administração da FEA/USP, 1999, São Paulo.

LIU, J; WANG, Z; ZHANG, W. *LSTM-based prediction and portfolio optimization in financial markets*. *Expert Systems with Applications*, 2020.

MARKOWITZ, H. *Portfolio selection*. *The Journal of Finance*, 1952.

MESQUITA, C. M. H. S. R. *Ciência de dados e aprendizado de máquina para predição em séries temporais financeiras*. Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2019. Disponível em: <https://repositorio.ufmg.br/bitstream/1843/30444/1/CaioMarioHenriquesSilvaRochaMesquita.pdf>. Acesso em: 25 fev. 2025.

MICHAUD, R. *Efficient asset allocation: a practical guide to stock portfolio optimization and asset allocation*. 1st ed. Harvard Business School Press, 1998.

MONTEIRO, S. Reflexos do agronegócio no mercado de trabalho brasileiro. Rio de Janeiro: FGV IBRE, 2023. Disponível em: <https://ibre.fgv.br/blog-da-conjuntura-economica/artigos/reflexos-do-agronegocio-no-mercado-de-trabalho-brasileiro>. Acesso em: 16 fev. 2025.

NETO, A. A. *Mercado financeiro*. 9. ed. São Paulo: Editora Atlas, 2010.

NETO, A. A. *Mercado financeiro*. 15. ed. São Paulo: Editora Atlas, 2021.

NETO, A. A.; LIMA, F. G. *Curso de administração financeira*. 3. ed. São Paulo: Atlas, 2014.

OLIVEIRA, M. R. G. *et al.* Otimizando uma carteira de investimentos: um estudo com ativos do Ibovespa no período de 2009 a 2011. *Revista Razão Contábil & Finanças*, Fortaleza, v. 2, n. 2, jul./dez. 2011.

OLIVEIRA, A. Diversificação de risco-retorno via Teoria do Portfólio na fruticultura do Vale do São Francisco. *QualitS Revista Eletrônica*, 2014.

ORIENTE, L. A.; ALVES, R. F. O investidor pessoa física no mercado da bolsa de valores. EIGEDIN, 2024. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/EIGEDIN/article/download/20539/14228> . Acesso em: 18 jul. 2025.

PAFKA, S; KONDOR, I. *Noisy Covariance Matrices and Portfolio Optimization*. arxiv, 2001. DOI: <https://doi.org/10.48550/arXiv.cond-mat/0111503>

PALIT, D; PRYBUTOK, V. *A Study of Hierarchical Risk Parity in Portfolio Construction*. Journal of Economic Analysis, 2024. Disponível em: <https://www.anserpress.org/journal/jea/3/3/68>. Acesso em: 11 jul. 2025.

PINHEIRO, J. L. Mercado de capitais. 9. ed. [3ª reimp.]. São Paulo: Atlas, 2024.

PRADO, M. *Advances in financial machine learning*. New Jersey: Wiley, 2018.

RACE; D. Retorno dos investimentos de empresas do agronegócio brasileiro: análise de risco e retorno em ações listadas na B3. RACE, 2018. Acesso em: 17 jul. 2025.

RAJPUT, A; DEVI, P. *Performance comparison of algorithmic trading strategies: a statistical testing approach*. Journal of Financial Markets Research, 2022. Acesso em: 10 jul. 2025.

RICE, Julian. *Parametric vs nonparametric tests in finance: The power trade-off*. Financial Statistics Review, 2021.

SEN, J; DUTTA, A *et al.* *A Comparative Study of Hierarchical Risk Parity Portfolio and Eigen Portfolio on the NIFTY 50 Stocks*. arxiv, 2022. Acesso em: 19 jul. 2025.

SOUZA, L. C. *et al.* Otimização de carteira de investimentos: um estudo com ativos do IBOVESPA. Revista de Gestão, Finanças e Contabilidade, Salvador, v. 7, n. 3, p. 201-213, 2017.

SORTINO, F.; PRICE, L. *Performance measurement in a downside risk framework*. Journal of Investing, 1994.

VIEIRA, A. A. C.; FILOMENA, T. P. *Liquidity Constraints for Portfolio Selection Based on Financial Volume*. ResearchGate, 2020. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/337920834_Liquidity_Constraints_for_Portfolio_Selection_Based_on_Financial_Volume. Acesso em: 07 jul. 2025.