

UNIVERSIDADE FEDERAL DO OESTE DA BAHIA
CENTRO DE LUÍS EDUARDO MAGALHÃES
ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

VITOR MIRANDA SOUSA

ANÁLISE DE CHOQUES E SINCRONIZAÇÃO EM PREÇOS FUTUROS DE
COMMODITIES AGRÍCOLAS

LUÍS EDUARDO MAGALHÃES – BA

2025

VITOR MIRANDA SOUSA

ANÁLISE DE CHOQUES E SINCRONIZAÇÃO EM PREÇOS FUTUROS DE
COMMODITIES AGRÍCOLAS

Trabalho de conclusão de curso, apresentado
à Universidade Federal do Oeste da Bahia,
como parte das exigências para a obtenção
do título de Engenheiro de Produção.

Orientador: DSc. Pedro Dias Pinto

LUÍS EDUARDO MAGALHÃES – BA

2025

FICHA CATALOGRÁFICA

S725 Sousa, Vitor Miranda.

Análise de choques e sincronização em preços futuros de commodities agrícolas. / Vitor Miranda Souza. – 2025.

69 f.; il. color.

Orientador: Prof. Dr. Pedro Dias Pinto.

Trabalho de Conclusão de Curso: (Graduação em Engenharia de Produção) – Universidade Federal do Oeste da Bahia. Centro Multidisciplinar de Luís Eduardo Magalhães, Luís Eduardo Magalhães, BA, 2025.

1. Economia de Produção. 2. Commodities agrícolas- grãos. 3. Analise de mercado - Estudo.

I. Pinto, Pedro Dias. II. Universidade Federal do Oeste da Bahia – Centro Multidisciplinar de Luís Eduardo Magalhães. III. Título.

CDD: 338.5

BIBLIOTECAS UFOB - Biblioteca Universitária de Luís Eduardo Magalhães

VITOR MIRANDA SOUSA

ANÁLISE DE CHOQUES E SINCRONIZAÇÃO EM PREÇOS FUTUROS DE
COMMODITIES AGRÍCOLAS

Trabalho de conclusão de curso, apresentado à Universidade Federal do Oeste da Bahia, Centro Multidisciplinar de Luís Eduardo Magalhães, como parte das exigências para a obtenção do título de Engenheiro de Produção.

Orientador: Dr. Pedro Dias Pinto

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Pedro Dias Pinto (Orientador)

Prof. Dr. Armando Dias Duarte

Prof. Dr. Heveson Luís Lima de Matos

(A versão assinada deste documento encontra-se com a coordenação de curso)

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus por me dar forças nos momentos mais difíceis e me manter de pé em toda essa jornada.

Aos meus pais Derilma Rosa de Souza e Walter Miranda Filho por todo o apoio do início ao fim, pois são a base da minha vida e sem eles eu não chegaria nem no primeiro semestre desse curso.

À toda minha família, em especial à minha irmã Giovanna que amo tanto e que me deu minha maior alegria nesses últimos semestres: meu sobrinho.

À minha namorada por ter me dado tanto amor e carinho, fazendo minha vida ter mais cor. Sem ela esses últimos anos talvez fossem monótonos e cinzas. Também à sua família que me acolheu tão bem.

Ao meu orientador por me iniciar na carreira científica e compartilhar seus conhecimentos de forma didática e paciente. O papel dele foi imprescindível e sem sua ajuda esse trabalho não sairia do papel.

Aos meus amigos feitos na universidade Sabrina, Taís, Jamerson, Wallisson, Tarcísio, entre tantos outros que tornaram esse curso mais divertido e leve. Também aos meus amigos do grupo da Skeit que estão em Aracaju, mas que me acompanham desde os períodos do IFBA. Além dos meus amigos e amigas que fiz online e estão em meu coração.

A todos meus professores do curso de produção e também alguns de biotecnologia por terem feito parte dessa jornada de conhecimentos.

Um agradecimento à barraquinha dos Salgados da Detty e aos trailers do Grego Food pela explosão de sabores e terem feito a minha barriga feliz.

Por fim, agradeço a mim mesmo por tanta resiliência em momentos de dúvida, ansiedade, medo e síndrome do impostor. Por saber que sempre existirão momentos de alegria e de tristeza, mas que eles são sempre passageiros e que está tudo bem a vida ser assim. Não estou e nunca estarei sozinho. *Memento Mori.*

RESUMO

Este trabalho propõe uma abordagem integrada para a análise de choques, ciclos e sincronização em séries temporais de preços futuros de commodities agrícolas (soja e derivados, milho e algodão), articulando duas etapas metodológicas complementares. Na primeira, aplicam-se técnicas de decomposição empírica em modos (EMD) e suas variações para extrair Funções de Modos Intrínsecos (IMFs) e, em seguida, avaliá-las por meio do espectro de Hilbert–Huang (HHT), cuja métrica de separação de frequências demonstrou a superioridade do *Mask Sift* em reduzir sobreposições. Na segunda etapa, as *protofases* instantâneas são então obtidas a partir das IMFs e corrigidas para continuidade e distribuição uniforme, obtendo as fases invariantes, adequadas à modelagem oscilatória. Utiliza-se a inferência bayesiana dinâmica para estimar, ao longo do tempo, as frequências naturais e os termos de acoplamento das equações de fase; por fim, calcula-se o parâmetro de ordem do modelo de Kuramoto para quantificar o grau de sincronização entre os ativos. Os resultados evidenciam que o *Mask Sift* se destaca ao identificar ciclos trimestrais, semestrais e anuais, com menor sobreposição de frequências, permitindo desagregar respostas do mercado a choques pontuais (como crises econômicas, secas e a pandemia de COVID-19) e a eventos estruturais. Choques agudos impactam principalmente escalas trimestrais, enquanto crises de maior duração afetam as escalas anuais. A inferência bayesiana dinâmica revelou que o uso de janelas de curto prazo mostrou que os preços de soja em grão, óleo de soja e farelo de soja apresentam oscilações transitórias e interações dinâmicas, particularmente em horizontes trimestrais a semestrais. Em contraste, janelas longas reduziram a resolução temporal, evidenciando atrasos na resposta do modelo, mas revelam movimentos estruturais de longo prazo em que cada commodity oscila de forma quase independente.

Palavras-chave: Choques; Sincronização; Transformada de Hilbert-Huang; Inferência Bayesiana Dinâmica; equações de fase; commodities agrícolas

ABSTRACT

This work proposes an integrated approach for the analysis of shocks, cycles and synchronization in the time series of futures prices of agricultural commodities (soybean, corn, cotton and derivatives), articulating two complementary methodological stages. In the first, empirical mode decomposition techniques (EMD) and their variations are applied to extract Intrinsic Mode Functions (IMFs) and then to evaluate them by means of the Hilbert–Huang

spectrum (HHT), whose frequency-separation metric demonstrated the superiority of Mask Sift in reducing overlaps. In the second stage, the instantaneous proto-phases are then obtained from the IMFs and corrected for continuity and uniform distribution, obtaining the invariant phases suitable for oscillatory modeling. Dynamic Bayesian inference is used to estimate, over time, the natural frequencies and coupling terms of the phase equations; finally, the Kuramoto model's order parameter is calculated to quantify the degree of synchronization among the assets. The results show that Mask Sift stands out in identifying quarterly, semiannual and annual cycles, with lower frequency overlap, allowing the disaggregation of market responses to point shocks (such as economic crises, droughts and the COVID-19 pandemic) and to structural events. Acute shocks impact mainly quarterly scales, while longer-term crises affect annual scales. Dynamic Bayesian inference revealed that the use of short windows showed that soybean grain, soybean oil and soybean meal prices exhibit transient oscillations and dynamic interactions, particularly on quarterly to semiannual horizons. In contrast, long windows reduced temporal resolution, evidencing delays in the model's response, but revealed long-term structural movements in which each commodity oscillates almost independently.

Keywords: Shocks; Synchronization; Hilbert–Huang Transform; Dynamic Bayesian Inference; Phase Equations; Agricultural Commodities.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	9
2. JUSTIFICATIVA.....	10
3. OBJETIVOS.....	11
3.1. Geral.....	11
3.2. Específicos.....	11
4. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	11
4.1. Características de Séries Temporais Financeiras.....	17
4.2. Características das Séries de Soja e Derivados, Milho e Algodão.....	17
4.3. Contratos Futuros.....	18
4.4. Transformada de Hilbert-Huang.....	19
4.5. Sincronização em Séries Temporais Financeiras.....	20
4.6. Inferência Bayesiana Dinâmica.....	21
4.7. Equações de Fase.....	22
4.7.1. Transformação da <i>Protofase</i> θ na Fase Invariante ϕ	22
4.7.2. Modelo de Kuramoto e o Parâmetro de Ordem.....	23
4.7.3. Inferência Bayesiana Dinâmica.....	25
5. METODOLOGIA.....	27
5.1. Análise de choques.....	27
5.1.1. Dados utilizados.....	27
5.1.2. Métodos para a extração das IMFs.....	28
5.1.3. Métrica de separação de frequências.....	31
5.2. Inferência de Parâmetros das Equações de Fase.....	34
5.2.1. Dados utilizados.....	34
5.2.2. Parâmetros de inferência e métricas de avaliação.....	34
6. RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	37
6.1. Análise de Ciclos e Choques em Preços de Futuros Agrícolas via Transformada de Hilbert-Huang.....	37
6.1.1. Análise dos métodos de extração das IMFs.....	37
6.1.2. Seleção das IMFs de interesse.....	40

6.1.3.	Choques de preços em diferentes escalas temporais	43
6.2.	Equações de Fase e Sincronização via Inferência Bayesiana Dinâmica	46
6.2.1.	Extração e escolha das IMFs de interesse.....	46
6.2.2.	Transformação da <i>protofase</i> em fase invariante.....	46
6.2.3.	Resultados das inferências de curto e longo prazo	48
6.2.4.	Inferências de Curto e Longo Prazo: Equações Aproximadas	59
7.	CONCLUSÕES.....	61
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	63

1. INTRODUÇÃO

A comercialização de *commodities* agrícolas está sujeita a riscos elevados decorrentes da natureza estocástica de suas séries de preços e da influência de fatores políticos, climáticos e logísticos que podem provocar oscilações bruscas entre o momento de plantio e o de venda efetiva (Bender Filho e Callegaro, 2022). Pequenos produtores, cooperativas e grandes *tradings* enfrentam o desafio de decidir quando e como vender seus estoques, considerando não apenas as variações de preço, mas também custos de armazenamento, transporte e financiamento (Bender Filho e Callegaro, 2022).

Os principais agentes envolvidos na cadeia de comercialização incluem os produtores rurais, que tomam decisões de venda no mercado à vista ou no futuro; as cooperativas e *tradings*, que agregam volumes e gerenciam riscos em larga escala; os intermediários financeiros, que oferecem derivativos para *hedge*; e as bolsas de mercadorias, que provêm as estruturas de contratos e regras de negociação (Mendes e Larson, 1982).

A análise de como os preços de diferentes *commodities*, como soja grão, milho e algodão, variam com choques provocados por questões político-econômicas externas ou naturais e se sincronizam ao longo do tempo pode fornecer informações de valor para a escolha de estratégias de *hedge* e arbitragem. Observa-se, por exemplo, que derivados de uma mesma *commodity* (como soja em grão, óleo e farelo) frequentemente apresentam alto grau de correlação, mas podem exibir fases distintas que sinalizam oportunidades de *spread trading*.

Para extrair tais fases, aplicam-se transformadas matemáticas capazes de lidar com séries não lineares e não estacionárias. Segundo Silva e Giorno (2025) A Transformada Wavelet pode ser implementada para investigar o co-movimento entre os ciclos do mercado acionário brasileiro e o ciclo econômico, evidenciando sua eficácia na análise multiescala. Como uma abordagem complementar, a Transformada de Hilbert-Huang (HHT) tem-se mostrado particularmente eficaz nesse contexto, pois não pressupõe base de funções a priori e permite identificar modos oscilatórios intrínsecos com frequências variáveis ao longo do tempo (Huang *et al.*, 2003; Wu *et al.*, 2007; Nava, Matheo e Aste, 2016). Essa característica torna a HHT especialmente indicada para lidar com séries temporais de natureza não linear e não estacionária, como frequentemente se observa em contextos econômicos e financeiros (Oh *et al.*, 2009; Yang *et al.*, 2019). A obtenção da fase instantânea é fundamental para investigar o co-movimento entre ativos financeiros, e isso reforça a relevância da HHT, já que essa técnica preserva as características temporais originais da série, permitindo análises diretamente no domínio do tempo (Calvia, 2024).

A transformação das *protofases* extraídas por meio da HHT em fases reais constitui o passo inicial para garantir que a evolução temporal de cada série oscile de forma contínua e monotônica, eliminando ambiguidades inerentes ao método de extração. Esse processo de transformação da *protofase* em fase real assegura que a fase apresente distribuição uniforme e varie de forma aproximadamente linear ao longo do tempo (Kralemann *et al.*, 2008; Rosenblum e Pikovsky, 2023), permitindo uma modelagem de sincronização consistente entre diferentes séries de *commodities*. A partir dessas fases reais, torna-se viável representar a dinâmica de preços por meio de equações de fase, nas quais parâmetros como frequência natural e ganhos de acoplamento passam a ser as variáveis de interesse para caracterizar interações entre contratos futuros.

Para estimar esses parâmetros de forma adaptativa, emprega-se técnicas de inferência bayesiana dinâmica, que incorporam o conhecimento prévio e atualizam, em janela móvel, a distribuição a posteriori de cada coeficiente diante de novas observações (Stankovski *et al.*, 2012; Xu *et al.*, 2019). Essa abordagem probabilística permite quantificar a incerteza associada às estimativas e acompanhar eventuais mudanças na força de acoplamento e na frequência natural dos osciladores de preço ao longo do tempo.

2. JUSTIFICATIVA

O estudo explora como eventos históricos específicos influenciaram os preços dessas *commodities* em diferentes escalas temporais, contribuindo para uma compreensão detalhada da dinâmica dos mercados agrícolas.

Ao aplicar o parâmetro de ordem de Kuramoto às fases reais das séries de preços futuros, é possível obter um índice agregado de sincronização, cujo monitoramento revela períodos de alto ou baixo acoplamento entre os ativos. Esse indicador pode oferecer subsídios quantitativos para estratégias de *hedge*, arbitragem e gestão de risco, ao sinalizar janelas temporais em que mercados correlacionados se movem de forma conjunta ou se desprendem uns dos outros.

A combinação das técnicas de inferência bayesiana dinâmica, extração refinada de fases e análise de sincronismo via modelo de Kuramoto, configura uma abordagem quantitativa para compreender a dinâmica conjunta dos preços de *commodities* agrícolas. Essa metodologia integrada permite capturar de forma abrangente tanto as características individuais de cada série (como suas frequências naturais estimadas) quanto os comportamentos coletivos emergentes (como episódios de forte sincronização ou dessincronização). Desse modo, oferece subsídios para decisões de comercialização e análise de risco, ao tornar evidentes quais períodos

apresentam alto co-movimento entre ativos e quando ocorrem desvios que podem ser explorados ou necessitam de proteção.

3. OBJETIVOS

3.1. GERAL

Analisar os ciclos e choques em preços futuros de commodities agrícolas por meio da amplitude dos sinais em múltiplas escalas temporais e caracterizar a dinâmica de sincronização das fases dos preços, obtendo equações que descrevem a evolução temporal das frequências e acoplamentos.

3.2. ESPECÍFICOS

- Extrair as *protofases* das séries temporais de preços futuros de milho, algodão e derivados da soja pelo método da transformada de Hilbert-Huang;
- Comparar diferentes métodos de decomposição adaptativa (EMD, EEMD, Mask Sift e CEEMD) e selecionar o mais adequado por meio de critérios objetivos de separação de frequências;
- Analisar choques e impactos históricos sobre as amplitudes das séries em diferentes escalas temporais, identificando respostas a eventos climáticos, crises econômicas e sanitárias;
- Converter as *protofases* em fases reais visando a modelagem por equações de fase;
- Estimar os parâmetros das equações de fase que descrevem a dinâmica oscilatória destas séries utilizando a técnica de inferência bayesiana dinâmica;
- Quantificar o grau de sincronização e acoplamento entre séries de preços futuros, aplicando o parâmetro de ordem de Kuramoto e monitorando sua evolução ao longo do tempo.

4. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A análise dos mercados de *commodities* exige o emprego de ferramentas capazes de captar a natureza não linear e não estacionária dos sinais financeiros, visto que os preços dessas mercadorias sofrem influências de eventos históricos e variações estruturais em diferentes escalas temporais. A frequência de uma série temporal financeira pode fornecer informações

da dinâmica do mercado (Nava *et al.*, 2016b), visto que ela mostra o comportamento dos agentes econômicos, seja em frequências muito altas de ciclo intradiário quanto em frequências baixas de ciclos anuais (Christensen e Godsill, 2014).

Silva e Giorno (2025) empregam a Transformada *Wavelet* para identificar co-movimento entre ciclos do mercado de ações brasileiro e o ciclo de negócios. Como alternativa complementar, a Transformada de Hilbert-Huang (*Hilbert-Huang Transform* – HHT) destaca-se por oferecer uma abordagem adaptativa para análise de co-movimentos, decompondo séries temporais em *Funções de Modos Intrínsecos* (*Intrinsic Mode Functions* – IMFs) diretamente dos dados, sem a necessidade de funções de bases pré-definidas (Huang *et al.*, 1998). Adicionalmente, a HHT é particularmente adequada para análises em dados não lineares e não estacionários (Oh *et al.*, 2009; Yang *et al.*, 2019), ampliando sua aplicabilidade em contextos econômicos complexos. Cada IMF é obtida por meio de um processo iterativo que interpola os extremos locais do sinal original, resultando em componentes oscilatórios simples capazes de revelar, por exemplo, picos abruptos e quedas repentinas, associados a choques de oferta e demanda ou a eventos disruptivos do mercado (Huang *et al.*, 2003; Wu *et al.*, 2007; Nava *et al.*, 2016a).

Após essa decomposição, a aplicação da Transformada de Hilbert em cada IMF permite o cálculo da fase e da amplitude instantâneas, gerando um sinal analítico que possibilita a visualização das componentes de frequência por meio do espectro de Hilbert. Trata-se de uma representação tridimensional que exibe a distribuição de energia (o quadrado da amplitude instantânea do sinal) em função do tempo e da frequência, superando as limitações de métodos tradicionais, como a Transformada de Fourier e a Transformada *Wavelet* (Huang *et al.*, 2003; Yang *et al.*, 2011; Crowley, 2012). Essa capacidade de revelar padrões de escala múltipla e de analisar interações entre diferentes escalas de tempo é essencial para compreender a dinâmica dos mercados financeiros, que se caracterizam pela variabilidade e pela não linearidade dos seus dados (Guhathakurta *et al.*, 2008).

A fase instantânea é o principal dado para análises de co-movimento entre ativos financeiros (Calvia, 2024), fato que destaca a HHT por manter as informações de uma série temporal financeira no domínio temporal. A variação na amplitude das IMFs obtidas revela de forma nítida os efeitos de eventos históricos sobre os preços das *commodities*. Picos de amplitude podem ser interpretados como respostas imediatas a choques pontuais, por exemplo, crises econômicas ou instabilidades políticas que causam oscilações bruscas. Como complemento, a análise das frequências associadas a cada IMF possibilita identificar ciclos

característicos, onde cada modo apresenta uma frequência média que pode indicar padrões cíclicos trimestrais, semestrais ou anuais, refletindo os ritmos naturais dos processos de produção e consumo, mudanças nas dinâmicas de negociação (Huang *et al.*, 2003; Yang *et al.*, 2011; Leung e Zhao, 2021), bem como distinguir o volume de negócios em bolsas de *commodities* agrícolas (Han e Shi, 2014).

Por estas razões, a HHT é uma ótima ferramenta para identificar a influência de fatores externos em séries financeiras, além de também poder ser usada para previsão de séries temporais, sendo uma base técnica em modelos de *Machine Learning* (Leung e Zhao, 2021; Rai *et al.*, 2023; Dezhkam e Manzuri, 2023).

O diferencial da HHT é a Decomposição Empírica em Modos (*Empirical Mode Decomposition* – EMD), introduzida por Huang *et al.* (1998), a qual oferece uma abordagem sólida para a análise de sinais não lineares e não estacionários. Contudo, o método clássico de EMD enfrenta o problema de *mode mixing* (Li *et al.*, 2019), em que diferentes escalas de frequência acabam mescladas em uma única IMF, dificultando a interpretação física dos resultados. Para contornar esse problema, Deering e Kaiser (2005) propuseram o *Mask Sift*, que emprega sinais de máscara específicos para separar melhor as frequências desejadas, mitigando de forma significativa a mistura modal. Essa técnica distingue com clareza frequências semelhantes que, pelo método tradicional, permaneceriam sobrepostas (Deering e Kaiser, 2005).

Posteriormente, Wu e Huang (2009) desenvolveram a Decomposição Modal Empírica por Ensemble (*Ensemble Empirical Mode Decomposition* – EEMD), introduzindo ruído branco gaussiano ao sinal original em múltiplas realizações independentes. A média das IMFs obtidas nessas realizações reduz o problema de mistura modal ao distribuir uniformemente as escalas de frequência, explorando as propriedades estatísticas do ruído branco (Wu e Huang, 2009). No entanto, esse procedimento pode comprometer parcialmente a clareza da decomposição em razão da média sobre múltiplas realizações. Para avançar nessa abordagem, Torres *et al.* (2011) propuseram a Decomposição Modal Empírica por Ensemble Completa (*Complete Ensemble Empirical Mode Decomposition* – CEEMD), no qual o ruído é adicionado de forma adaptativa e incremental em cada etapa da decomposição. Essa estratégia aperfeiçoa a eficiência computacional e garante uma reconstrução exata do sinal original, com erro numericamente insignificante.

A identificação precisa de periodicidades nas séries de preços futuros de *commodities* agrícolas é crucial, devido à existência de ciclos econômicos, fatores climáticos sazonais,

eventos geopolíticos e choques de oferta e demanda. No entanto, as diferentes técnicas de EMD podem gerar IMFs com características variadas, afetando diretamente a qualidade da decomposição e a clareza na identificação dessas periodicidades (Huang *et al.*, 1999; Hong *et al.*, 2009; Li *et al.*, 2011; Ge *et al.*, 2018). Por isso, torna-se necessário estabelecer um critério quantitativo e objetivo para selecionar o melhor método dentre as alternativas disponíveis. O espectro da HHT ponderado pelas amplitudes, construído a partir das frequências instantâneas obtidas pela Transformada de Hilbert, constitui uma ferramenta robusta para essa avaliação. Um espectro da HHT com resolução clara e alta concentração de energia em determinadas faixas de frequência indica maior capacidade de capturar periodicidades economicamente relevantes (Huang *et al.*, 2003; Bogeh e Bozcuk, 2021), justificando seu uso como critério comparativo.

A Transformada de Hilbert-Huang, portanto, consiste essencialmente na aplicação sequencial da Transformada de Hilbert às IMFs obtidas via EMD (Huang *et al.*, 1998). Diferentemente de técnicas baseadas em funções pré-definidas, como a Transformada de Fourier ou a Transformada *Wavelet* (Crowley, 2007), a EMD decompõe o sinal original de maneira empírica, utilizando suas próprias características intrínsecas. Por serem mais estacionárias que o sinal original, as IMFs permitem a aplicação eficiente da Transformada de Hilbert para análise de frequências instantâneas, dado que dinâmicas locais, não lineares e não estacionárias seriam indevidamente refletidas se a Transformada de Hilbert fosse aplicada diretamente ao sinal bruto (Huang *et al.*, 1998).

O presente estudo utiliza a Transformada de Hilbert-Huang para analisar ciclos e choques nos preços futuros das *commodities* agrícolas soja, milho e algodão. Inicialmente, detalha-se a fundamentação teórica da HHT e suas técnicas de decomposição, incluindo EMD, *Mask Sift*, EEMD e CEEMD. Em seguida, estabelece-se uma métrica objetiva baseada no espectro da HHT para avaliar qual método produz uma melhor separação das frequências das séries temporais analisadas. A partir disso, são identificadas as Funções Modais Intrínsecas (IMFs) que melhor refletem ciclos economicamente relevantes.

As equações de fase são modelos matemáticos reduzidos que descrevem a dinâmica temporal dos osciladores em termos de uma única variável escalar: a fase, que representa a posição instantânea do oscilador ao longo do seu ciclo limite (Izhikevich, 2000; Suvak e Demir, 2011). A fase pode ser compreendida como uma representação compacta do comportamento oscilatório de sistemas dinâmicos não lineares, permitindo simplificar a análise da dinâmica conjunta de múltiplos osciladores acoplados, especialmente na presença de pequenas

perturbações ou ruídos externos (Suvak e Demir, 2011). Desta forma, as equações de fase permitem investigar fenômenos complexos, como sincronização, em sistemas onde a dinâmica é predominantemente oscilatória (Izhikevich, 2000).

No contexto de séries temporais financeiras, a inferência bayesiana dinâmica surge como uma técnica para estimar parâmetros de equações de fase diretamente a partir dos dados (Agudze *et al.*, 2022). Séries de preços de *commodities* agrícolas, em particular, podem ser modeladas como coleções de osciladores de fase, cada qual representando a trajetória de preço de um ativo. Por meio desse método bayesiano, inferem-se adaptativamente parâmetros como as frequências naturais e potenciais acoplamentos entre osciladores, capturando a evolução temporal das interações subjacentes entre os preços (Stankovsky *et al.*, 2012; Liu *et al.*, 2024).

Para extrair as fases dos sinais financeiros, é comum decompor as séries de preços utilizando transformadas como a de Hilbert (Nava, Matheo e Aste, 2016). Essa decomposição inicial produz uma “*protofase*”, ou seja, uma fase instantânea preliminar do sinal. Entretanto, a *protofase* não corresponde imediatamente à fase real (verdadeira) do sistema, pois sua distribuição angular geralmente não é uniforme e sua variação temporal pode não ser estritamente linear (Kralemann *et al.*, 2008; Rosenblum e Pikovsky, 2023). Torna-se necessário, portanto, convertê-la em uma fase real para assegurar que os ângulos estejam uniformemente distribuídos e que o incremento de fase ocorra de forma aproximadamente linear ao longo do tempo (Kralemann *et al.*, 2008).

A Transformada de Hilbert-Huang (HHT) desponta como uma abordagem eficaz para gerar *protofases* mais próximas da fase real em séries não estacionárias (Huang *et al.*, 1998). Essa técnica combina a Decomposição Empírica em Modos (EMD) com a análise de Hilbert, separando a série em modos intrínsecos quase estacionários. Como resultado, as *protofases* calculadas a partir de cada modo estão melhor alinhadas com a definição de fase real, o que facilita a correção necessária para obter fases uniformemente distribuídas. Em outras palavras, a HHT tende a produzir fases instantâneas menos distorcidas por variações de amplitude, tornando mais simples a obtenção de uma fase verdadeira do sistema. Por essa razão, a HHT é particularmente adequada para a análise de séries temporais com comportamento não linear e não estacionário, características comuns em dados econômicos e financeiros (Huang *et al.*, 2003; Yang *et al.*, 2019; Oh *et al.*, 2009).

De posse das fases reais de cada série de preços, é possível analisar a dinâmica de sincronização entre diferentes ativos ao longo do tempo (Yang *et al.*, 2011; Radhakrishnan *et al.*, 2016; Yang *et al.*, 2017). Ao comparar as trajetórias de fase de distintas *commodities*,

identificam-se intervalos de alta sincronia, nos quais os preços desses ativos se movem praticamente em uníssono, e períodos de baixa sincronia, em que cada ativo exhibe oscilações próprias e independentes. Essa análise temporal baseada em fases revela como varia o grau de coesão entre os mercados, indo além das medidas estáticas de correlação ao evidenciar momentos de alinhamento e de desvinculação dinâmica entre os preços (Radhakrishnan *et al.*, 2016; Mao *et al.*, 2024).

Para quantificar o grau de sincronismo entre os osciladores de fase correspondentes às séries de preços, pode-se recorrer ao modelo de Kuramoto (Kuramoto, 1984). Esse modelo, originário da física de sistemas não lineares, introduz o conceito de parâmetro de ordem, originalmente definido no contexto do estudo de transições de fase na termodinâmica, para medir o alinhamento das fases em um conjunto de osciladores acoplados. Aplicado ao contexto financeiro, cada ativo é tratado como um oscilador de fase, e o parâmetro de ordem resultante fornece uma medida instantânea da coesão entre todas as fases dos ativos considerados (Ikeda, 2020).

O valor do parâmetro de ordem, que varia de 0 (ausência de sincronização) a 1 (sincronia completa), indica os diferentes regimes de sincronização presentes no sistema (Kuramoto, 1984). Valores próximos de 1 correspondem a um estado de alta sincronia (co-movimento significativo), no qual as fases dos ativos estão praticamente alinhadas. Por sua vez, valores do parâmetro próximos de 0 refletem um estado de baixa sincronia, indicando comportamento independente entre os ativos, com fases distribuídas de maneira desordenada. Assim, o acompanhamento desse parâmetro ao longo do tempo permite detectar de forma clara quando o mercado transita entre um regime de movimento conjunto e um regime de dinâmica desvinculada (Fioriti e Chinnici, 2012).

Em termos práticos, períodos de elevada sincronização de preços tendem a sinalizar menor efetividade de estratégias de arbitragem. Quando vários ativos se movem em conjunto, torna-se difícil encontrar discrepâncias de preço que possam ser exploradas para lucro sem risco, dada a ausência de descolamentos significativos entre os mercados. Por outro lado, durante fases de dessincronização acentuada, os movimentos de preços das *commodities* divergem, criando brechas para o aparecimento de distorções temporárias de preços que representam oportunidades de arbitragem (Boons e Prado, 2019; Zheng *et al.*, 2024). Para participantes do mercado, essas divergências entre ativos podem ser aproveitadas em estratégias de negociação, enquanto uma sincronização elevada exige maior cautela devido ao comportamento homogêneo dos preços (Ederington *et al.*, 2021; Zheng *et al.*, 2024).

4.1. Características de Séries Temporais Financeiras

As séries temporais financeiras, como as de preços de *commodities* e ativos financeiros, apresentam uma natureza estocástica, refletindo a influência de diversos fatores aleatórios e imprevisíveis, como choques macroeconômicos, eventos políticos e mudanças no sentimento do mercado (Huang *et al.* 2003). Essa natureza aleatória faz com que tais séries não sigam trajetórias determinísticas, sendo marcadas por oscilações abruptas, assimetrias e *clustering* de volatilidade. Jung *et al.* (2020) destacam que os preços financeiros flutuam intensamente e exibem comportamentos de escala e multi-escalas, refletindo a complexidade dos sistemas financeiros. Já Caporale *et al.* (2019) argumentam que a presença de persistência de longo prazo em retornos e volatilidade é incompatível com a hipótese de passeio aleatório, sugerindo que essas séries podem ser parcialmente previsíveis em determinadas escalas temporais.

A não-estacionariedade é outra característica intrínseca dessas séries, evidenciada pela ausência de média e variância constantes ao longo do tempo. Essa propriedade dificulta a aplicação de métodos estatísticos tradicionais e exige abordagens específicas para capturar a dinâmica temporal das variáveis. Yaya *et al.* (2021) observaram que índices de medo associados a *commodities* e ações norte-americanas exibem comportamento de reversão à média no longo prazo, embora sejam não estacionários, revelando efeitos persistentes de choques exógenos. Arouxet *et al.* (2024), por sua vez, mostraram que os efeitos de crises econômicas e sanitárias, como a pandemia da COVID-19, intensificaram os co-movimentos entre *commodities* e indicadores de incerteza econômica, reforçando a sensibilidade dessas séries a eventos sazonais e cíclicos. Esse comportamento sazonal é ainda influenciado por fatores estruturais, como ciclos de produção agrícola e políticas governamentais, que afetam diretamente a formação dos preços.

4.2. Características das Séries de Soja e Derivados, Milho e Algodão

A série temporal dos preços da soja apresenta um comportamento sazonal bem definido, influenciado principalmente pelos períodos de plantio e colheita, além de fatores climáticos e logísticos. Segundo a Embrapa (2020), no Brasil, o plantio da soja ocorre majoritariamente entre setembro e dezembro, enquanto a colheita concentra-se entre janeiro e abril, variando conforme a região produtora. Essa cadência sazonal impacta diretamente a dinâmica de preços: durante a colheita, o aumento da oferta tende a pressionar os preços para baixo, enquanto nos

períodos de entressafra, especialmente entre maio e agosto, a menor disponibilidade do grão pode elevar os preços no mercado interno e externo.

A série temporal dos preços do milho no Brasil é profundamente marcada pela divisão entre a safra principal e a safrinha, que influenciam diretamente os ciclos de oferta e demanda. De acordo com a Embrapa, o plantio da primeira safra ocorre durante o período chuvoso: entre agosto e setembro no Sul, e entre outubro e novembro nas regiões Centro-Oeste e Sudeste, enquanto a safrinha é semeada entre fevereiro e março, logo após a colheita da soja (Embrapa, 2020). Essas duas janelas agrícolas produzem momentâneos picos de oferta: a colheita da safra principal entre janeiro e março reduz preços devido ao aumento da disponibilidade, enquanto os volumes da safrinha, colhida no segundo semestre, ampliam a oferta entre maio e agosto, suavizando a sazonalidade tradicional. A coordenação entre ciclos de plantio também influencia a logística e o armazenamento, fazendo com que os preços variem conforme o escoamento e os estoques reguladores da Conab, que reforçam quedas nos períodos de grande colheita e altas estratégicas durante a transição entre as safras.

A série temporal dos preços do algodão no Brasil é diretamente influenciada pelos ciclos de plantio e colheita. Segundo a Embrapa, o plantio do algodão é realizado principalmente entre os meses de novembro e fevereiro em estados como Mato Grosso e Bahia, com a colheita ocorrendo entre maio e setembro, aproveitando o período de estiagem ideal para a abertura dos capulhos e qualidade da fibra. Essa sazonalidade agrícola provoca picos de oferta durante a colheita, resultando em pressão descendente sobre os preços domésticos, especialmente no primeiro semestre. Em contrapartida, no período entre safra, quando os estoques se reduzem e a disponibilidade diminui, observa-se alta nos preços, influenciada também por ações de regulação como os estoques estratégicos da Conab.

4.3. Contratos Futuros

Os contratos futuros de soja são negociados no *Chicago Board of Trade* (CBOT), parte do CME Group, e cada contrato corresponde a 5 000 bushels de soja, com cotação em centavos de dólar por bushel (CME Group, 2025). Os vencimentos disponíveis abrangem os meses de janeiro, março, maio, julho, agosto, setembro e novembro, refletindo os ciclos de safra do hemisfério Norte e Sul. Os horários de negociação na plataforma CME Globex acontecem das 19h00 às 7h45 e das 8h30 às 13h20 (Barchart, 2025). Observa-se maior liquidez durante a safra e pós-safra das regiões produtoras, especialmente em novembro (Hemisfério Norte) e maio (América do Sul), quando o volume negociado chega a ultrapassar 14 milhões de lotes mensais,

correspondendo a 42,6% do volume agrícola total da CME Group (CME Group, 2025).

Os contratos de milho no CBOT são padronizados em 5.000 bushels de milho, com cotação em centavos de dólar por bushel (CME Group, 2025). Os meses de vencimento incluem março, maio, julho, setembro e dezembro, alinhados aos períodos de plantio e colheita nos Estados Unidos (CME Group, 2025). Em média, são negociados 350.000 contratos por dia, o que faz do milho o mercado mais líquido entre os grãos (CME Group, 2025). A negociação atinge picos nos meses que seguem a colheita do Hemisfério Norte em dezembro e na metade do ano, como maio.

Os contratos futuros de algodão são negociados na ICE Futures U.S., com cada contrato contemplando 50.000 libras-peso de algodão, cotadas em centavos e centésimos de centavo de dólar por libra (Ice Futures U.S., 2025). Os vencimentos padrões ocorrem em março, maio, julho, outubro e dezembro. A liquidez média diária varia entre 10.000 e 25.000 contratos, concentrando-se majoritariamente nos contratos de dezembro. Os padrões de negociação coincidem com a temporada de colheita no Sul dos EUA, quando as pressões de oferta e a volatilidade elevam a atividade de mercado.

4.4. Transformada de Hilbert-Huang

A Transformada de Hilbert-Huang (Hilbert-Huang Transform - HHT) é uma ótima ferramenta de análise de séries de preços complexas devido à sua aplicação em dados não lineares e não estacionários instáveis (LIU *et al.*, 2020). Ela se trata da aplicação da Transformada de Hilbert em Funções de Modo Intrínseco (*Intrinsic Mode Functions* - IMFs) extraídas do sinal original por meio de uma Decomposição Empírica em Modos (*Empirical Mode Decomposition* - EMD) (Huang *et al.*, 1998). A HHT oferece uma análise multiescala dos preços, ou seja, decompõe uma série de preços em diferentes componentes de escalas, tanto no tempo quanto na frequência, para obter uma compreensão mais profunda da dinâmica do mercado (Huang *et al.*, 2003).

Para estudos de sincronização é essencial extrair a fase instantânea de uma série temporal, mas as transformadas convencionais geram uma *protofase* com variações angulares irregulares, o que compromete sua aplicação em modelos de sincronização. A HHT apresenta aqui outra vantagem: embora também forneça uma *protofase*, ela já se aproxima da fase real ao decompor o sinal em modos intrínsecos mais estacionários, cujas flutuações são naturalmente mais uniformes ao longo do tempo, reduzindo assim o trabalho de correção antes de usar modelos de sincronização.

O Quadro 1 apresenta a comparação entre as Transformadas de Fourier, Hilbert e Hilbert-Huang:

Quadro 1: Comparação entre as transformadas.

	Transformada de Fourier	Transformada de Hilbert	Transformada de Hilbert-Huang
Domínio	Frequência	Tempo	Tempo
Expressão	Energia Frequência	Energia Tempo Frequência	Energia Tempo Frequência
Necessita de sinal linear	Sim	Sim	Não
Necessita de sinal estacionário	Sim	Sim	Não
Base teórica	Fórmula matemática	Fórmula matemática	Algoritmo EMD

Fonte: Elaborado pelo autor.

4.5. Sincronização em Séries Temporais Financeiras

Os osciladores de fase acoplados formam uma classe de modelos em que cada unidade é descrita apenas por sua fase $\theta_i(t)$, associada a um ciclo limite atrator, desprezando-se variações de amplitude e focando no avanço angular como principal variável dinâmica. Sob a hipótese de acoplamento fraco, a interação entre osciladores depende exclusivamente da diferença de fases, revelando comportamentos coletivos como sincronização e coerência parcial. Em sistemas grandes, essa representação reduz a complexidade do problema, permitindo estudar transições de fase entre regimes incoerentes e sincronizados de forma mais direta (Strogatz, 2000 Pinto *et al* 2017).

Para um amplo conjunto de distribuições iniciais, a dinâmica macroscópica de populações de osciladores de fase pulsa sobre uma variedade invariante de baixa dimensão. Por meio dessa redução, é possível derivar equações ordinárias para o parâmetro de ordem e analisar analiticamente bifurcações, estabilidade e respostas a perturbações, mesmo em redes globalmente acopladas ou sob influência de ruído (Ott e Antonsen, 2008).

O modelo de Kuramoto, proposto pelo físico japonês Yoshiki Kuramoto em 1984, descreve um sistema de osciladores de fase acoplados globalmente, nos quais a dinâmica individual é influenciada por uma frequência natural e por um termo de acoplamento que atua para alinhar as fases quando sua intensidade ultrapassa um valor crítico, promovendo a transição de um estado incoerente, em que as fases estão distribuídas aleatoriamente, para um estado parcialmente ou totalmente sincronizado.

Para caracterizar quantitativamente o grau de sincronização, utiliza-se um parâmetro de ordem que mede a coerência global das fases e varia entre 0 (ausência de sincronização) e 1 (sincronia completa). Em regimes sincronizados, esse parâmetro assume valores próximos de 1, indicando agrupamento coerente das fases, enquanto em regimes incoerentes tende a zero.

Estudos recentes têm demonstrado que séries financeiras podem exibir comportamentos coletivos análogos a sistemas de osciladores acoplados, revelando sincronização em diferentes escalas temporais. Yin et al. (2012) destacam que a sincronização de séries de preços pode ocorrer como resposta a perturbações sistêmicas, com fases instantâneas mostrando alinhamentos transitórios durante crises, seguidos de rápida dessincronização em regimes estáveis. Em seguida, Pluchino et al. (2013) investigam cadeias de mapas logísticos no limite do caos e evidenciam que um leve ruído aditivo pode induzir flutuações intermitentes nos retornos, cujas distribuições de probabilidade exibem fortes correlações de longo prazo entre componentes observados em dados reais de mercados financeiros.

Já Jahanshahi et al. (2019) aplicam o conceito de sincronização a sistemas hipercaóticos financeiros e demonstram que, ao linearizar trajetórias em atratores coexistentes, é possível identificar intervalos de sincronização que se correlacionam com períodos de alta incerteza e volatilidade, fornecendo métricas para caracterizar regimes de mercado extremos. Ko et al. (2023) mostram em modelos baseados em agentes estocásticos que choques de volatilidade e interações locais entre ativos podem gerar alinhamento temporal de suas dinâmicas de retorno, indicando a emergência de padrões de sincronização mesmo na presença de ruído de mercado. Esses estudos reforçam o potencial das técnicas de análise de fase para diagnosticar padrões de sincronização e prever janelas de risco sistêmico em séries financeiras.

4.6. Inferência Bayesiana Dinâmica

A inferência bayesiana dinâmica permite estimar de forma probabilística parâmetros que evoluem no tempo em sistemas acoplados sujeitos a ruído, extraindo informações sobre frequências instantâneas e força de acoplamento diretamente dos dados (Stankovski *et al.*, 2012).

Esse framework foi ampliado para redes de osciladores, em que funções de acoplamento são reconstruídas a partir de séries temporais ruidosas, revelando como diferentes unidades interagem em conjunto (Stankovski *et al.*, 2015), e para analisar interações de frequência cruzada em sinais neurofisiológicos, demonstrando variações no acoplamento entre ritmos distintos em condições experimentais variadas (Stankovski *et al.*, 2017).

Em aplicações industriais, esquemas adaptativos de inferência bayesiana têm sido usados para ajustar parâmetros de geradores síncronos mesmo na presença de grandes erros de medição, garantindo estimações robustas e eficientes (Xu *et al.*, 2019). De maneira semelhante, esse mesmo princípio pode ser aplicado para inferir os coeficientes das equações de fase de séries temporais financeiras, como preços de *commodities*, acompanhando mudanças na dinâmica de acoplamento e frequência ao longo do tempo.

4.7. Equações de Fase

4.7.1. Transformação da *Protofase* θ na Fase Invariante ϕ

Sinais oscilatórios extraídos de séries temporais reais, como preços futuros de *commodities* agrícolas, permitem a obtenção de uma fase instantânea $\theta(t)$, chamada de *protofase*. Essa variável, obtida por métodos como a transformada de Hilbert, é dependente da forma do observável e não apresenta invariância estrutural, ou seja, ela não representa de forma única a dinâmica do oscilador.

Para estudar corretamente interações entre osciladores ou sincronização, é necessário transformar essa *protofase* θ em uma fase invariante ϕ , que cresça de forma uniforme e reflita unicamente a dinâmica interna do sistema. Segundo Kralemann *et al.* (2008), essa transformação é obtida via integração da densidade de probabilidade $\sigma(\theta)$ da *protofase*:

$$\phi(\theta) = \int_0^\theta \sigma(\theta') d\theta' \quad (1)$$

A função $\sigma(\theta)$ pode ser expandida como uma série de Fourier complexa:

$$\sigma(\theta) = \sum_n S_n e^{in\theta} \quad (2)$$

onde os coeficientes S_n representam a densidade espectral. Substituindo essa expansão na Eq. (1), tem-se o resultado:

$$\phi = \sum_n S_n \int_0^\theta e^{in\theta'} d\theta' = \theta + \sum_{n \neq 0} \frac{S_n}{in} (e^{in\theta} - 1) \quad (3)$$

que completa o problema de transformação da *protofase* em fase.

Essa forma evidencia que a fase ϕ contém um termo linear dominante mais correções oscilatórias relacionadas às componentes harmônicas da densidade. Ao remover essas distorções, a fase invariante ϕ torna-se adequada para análises de acoplamento e sincronização, garantindo que os resultados inferidos estejam livres de artefatos induzidos pelo método de observação do sinal.

4.7.2. Modelo de Kuramoto e o Parâmetro de Ordem

Após a obtenção da fase invariante $\phi(t)$, torna-se possível descrever a dinâmica de sistemas oscilatórios em termos de suas equações de fase, o que simplifica significativamente a análise de acoplamento e sincronização. Essa abordagem é formalizada no método conhecido como *redução de fases*, no qual a complexa dinâmica original (potencialmente multidimensional) é reduzida a uma equação diferencial de primeira ordem para a variável de fase (Kuramoto, 1984).

Para um conjunto de N osciladores fracamente acoplados, a equação de fase reduzida de cada oscilador i pode ser escrita como:

$$\frac{d\phi_i}{dt} = \omega_i + \sum_{j=1}^N \Gamma_{ij}(\phi_j - \phi_i) \quad (4)$$

onde ω_i representa a frequência natural do oscilador i e $\Gamma_{ij}(\cdot)$ é a função de acoplamento que governa a interação entre osciladores i e j . Este formalismo foi originalmente proposto por Winfree e formalizado rigorosamente por Kuramoto em seu trabalho seminal (Kuramoto, 1984), sendo particularmente eficaz em situações de acoplamento fraco e próximo da bifurcação de Hopf.

O modelo de Kuramoto emerge como um caso particular do formalismo acima, onde a função de acoplamento é senoidal:

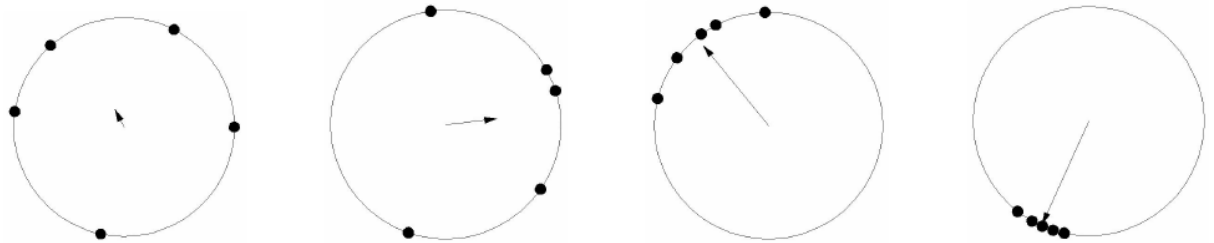
$$\frac{d\phi_i}{dt} = \omega_i + \sum_{j=1}^N \frac{K_{ij}}{N} \sin(\phi_j - \phi_i) \quad (5)$$

com K_{ij} representando a intensidade do acoplamento entre o par i, j de osciladores. Esse modelo permite investigar a transição de um regime incoerente (fases distribuídas aleatoriamente) para um regime sincronizado (fases agrupadas), o que é caracterizado quantitativamente pelo parâmetro de ordem $r(t)$, definido como:

$$r(t) e^{i\Psi(t)} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N e^{i\phi_j(t)} \quad (6)$$

A figura 1 mostra a evolução do parâmetro de ordem no processo de sincronização de cinco osciladores acoplados:

Figura 1- Evolução do parâmetro de ordem no processo de sincronização



Fonte: Pinto, 2016.

O módulo $r(t) \in [0,1]$ fornece uma medida global de coerência de fase: valores próximos de 0 indicam ausência de sincronização (distribuição uniforme das fases), enquanto valores próximos de 1 indicam forte sincronização (colapso das fases em torno de um valor médio $\Psi(t)$).

A principal vantagem de adotar essa abordagem baseada na dinâmica de fases $\phi(t)$ em comparação com métodos que avaliam diretamente os sinais originais (por exemplo, correlações entre séries temporais) reside no fato de que a fase capta diretamente o aspecto oscilatório subjacente, independentemente da amplitude ou da forma do sinal observável. Como destacado por Pikovsky et al. (2001) e Kralemann et al. (2008), medidas de sincronização baseadas nas fases extraídas são robustas a transformações não-lineares do observável, sendo mais apropriadas para detectar sincronização genuína em sistemas complexos e não-lineares, como séries de preços agrícolas com comportamento cíclico.

Dessa forma, a modelagem por meio de equações de fase, que inclui o modelo de Kuramoto e extensões mais gerais, constitui uma base teórica e computacional sólida para a descrição da dinâmica coletiva de sistemas oscilatórios. O emprego de modelos que capturam

interações de fase mais complexas permite representar de maneira compacta e interpretável as interações entre osciladores, oferecendo uma ferramenta eficaz para a análise de padrões de sincronização em sistemas dinâmicos complexos (Pinto et al., 2016). No contexto de preços futuros de *commodities*, a identificação de sincronização entre diferentes ativos ou contratos pode indicar a presença de estruturas comuns de comportamento, com potenciais aplicações em estratégias de *hedge*, previsão ou modelagem de choques sistêmicos.

4.7.3. Inferência Bayesiana Dinâmica

Embora o modelo de Kuramoto e suas generalizações forneçam uma base teórica sólida para descrever a interação entre osciladores, na prática nem sempre se conhece a forma funcional exata da dinâmica subjacente que governa a evolução das fases $\phi_i(t)$ em sistemas reais. Por esse motivo, torna-se essencial empregar métodos de inferência empírica que permitam extrair diretamente dos dados a estrutura funcional dessas equações de fase. A inferência bayesiana dinâmica constitui uma abordagem poderosa para esse fim (Stankovski *et al.*, 2014).

Seja um sistema de N osciladores fracamente acoplados, cujas fases $\phi_i(t)$ obedecem ao modelo

$$\dot{\phi}_i = \sum_{k=-L}^L c_k^{(i)} \Phi_{i,k}(\phi_i, \{\phi_j\}) + \sqrt{\mathbf{E}} \xi_i(t) \quad (7)$$

Onde $\{\Phi_{i,k}\}$ são as funções-base como, por exemplo, os L componentes mais importantes da série de Fourier, $c_k^{(i)}$ os coeficientes a inferir, $\xi_i(t)$ ruído branco gaussiano e \mathbf{E} a matriz de difusão do ruído.

Discretizando o tempo em passos h e usando a aproximação do ponto-médio, obtém-se

$$\phi_{i,n+1} = \phi_{i,n} + h \sum_k c_k^{(i)} \Phi_{i,k} \left(\frac{\phi_n + \phi_{n+1}}{2} \right) + \sqrt{h\mathbf{E}} z_{i,n} \quad (8)$$

com $z_{i,n} \sim \mathcal{N}$. A partir daí define-se a verossimilhança dos dados como $\mathcal{L}(\{\phi_n\} | \{c, \mathbf{E}\})$ e, tomando o log-negativo, escreve-se o funcional a minimizar

$$S = \frac{N}{2} \ln |\mathbf{E}| + \frac{h}{2} \sum_{n=1}^N \left[(\phi_n - c P_n)^T \mathbf{E}^{-1} (\phi_n - c P_n) + c \frac{\partial P_n}{\partial \phi} \right] \quad (9)$$

onde $P_n \equiv \Phi(\phi_n)$ e $\dot{\phi}_n = \frac{\phi_{n+1} - \phi_n}{h}$.

A condição de ótimo de Bayes (posterior gaussiano para c , com priori normal de média \bar{c} e matriz de concentração Ξ_{prior}) leva ao sistema de recursão

$$\mathbf{E} = \frac{h}{N} \sum_{n=1}^N (\dot{\phi}_n - c P_n)(\dot{\phi}_n - c P_n)^T, \quad (10)$$

$$\Xi = \Xi_{\text{prior}} + h \sum_{n=1}^N P_n^T \mathbf{E}^{-1} P_n, \quad (11)$$

$$r = \Xi_{\text{prior}} \bar{c} + h \sum_{n=1}^N \left[P_n^T \mathbf{E}^{-1} \dot{\phi}_n - \frac{1}{2} \frac{\partial P_n}{\partial \phi} \right], \quad (12)$$

$$c = \Xi^{-1} r \quad (13)$$

Sendo c e \mathbf{E} atualizados iterativamente para cada janela de dados.

Propagação de incerteza entre janelas

Para que os parâmetros possam variar ao longo do tempo, a cada nova janela de inferência atualiza-se a priori segundo

$$\Sigma_{\text{prior}}^{(n+1)} = \Sigma_{\text{post}}^{(n)} + \Sigma_{\text{diff}}, \quad \Sigma_{\text{diff}} = \text{diag} \left(pw^2 \text{diag}(\Sigma_{\text{post}}^{(n)}) \right),$$

onde pw (propagation width) controla o grau de difusão dos parâmetros entre janelas sucessivas.

Algoritmo resumido

1. Definir priori $\bar{c}^{(0)}$, $\Xi_{\text{prior}}^{(0)}$ (por exemplo, não informativa).
2. Para cada janela de dados:
 - (a) Computar $\dot{\phi}_n$, P_n , $\frac{\partial P_n}{\partial \phi}$.
 - (b) Iterar Eqs. (2.10) – (2.13) até a convergência em c .
 - (c) Propagar $\Sigma_{\text{post}} \rightarrow \Sigma_{\text{prior}}$ para a próxima janela.
3. Coletar a série temporal de $c^{(n)}$ e $\mathbf{E}^{(n)}$ como estimativas dinâmicas.

Esta abordagem permite seguir, em tempo real, as variações dos parâmetros de frequência e de acoplamento, separando coerentemente a dinâmica determinística do termo estocástico.

5. METODOLOGIA

5.1. ANÁLISE DE CHOQUES

5.1.1. Dados utilizados

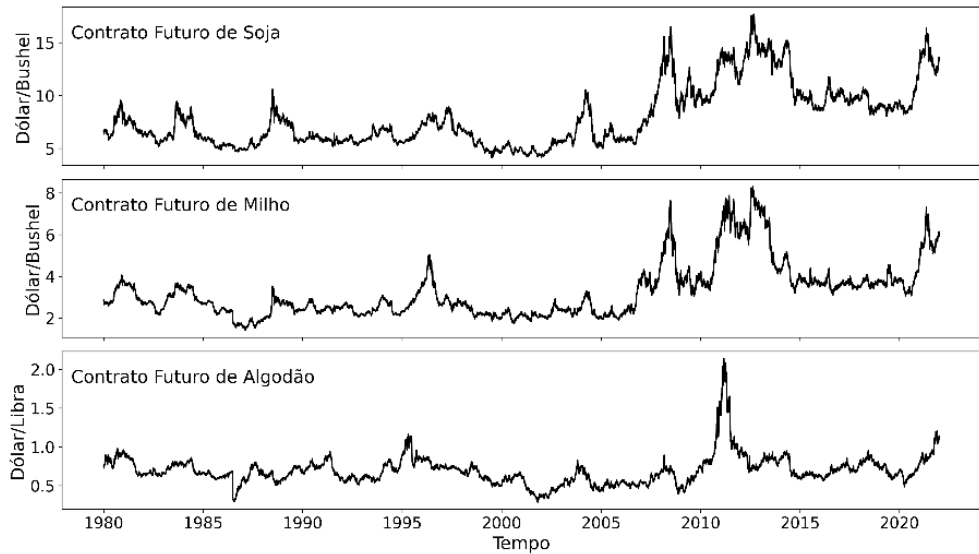
Para a realização deste estudo foram utilizadas séries históricas dos preços diários de contratos futuros contínuos das *commodities* agrícolas soja (grão), milho e algodão (Figura 2), obtidos da base de dados do site Macrotrends (Macrotrends, s.d.). O site Macrotrends fornece dados históricos detalhados e atualizados sobre preços de ativos financeiros, *commodities*, índices de mercado e indicadores econômicos diversos.

Os contratos futuros contínuos utilizados nesta pesquisa correspondem à concatenação de contratos futuros individuais de diferentes vencimentos, de forma que, ao se aproximar da data de vencimento de um contrato específico, ocorre automaticamente a rolagem para o próximo contrato mais líquido.

Esse procedimento garante a continuidade da série temporal, permitindo análises de longo prazo e evitando descontinuidades associadas aos vencimentos individuais dos contratos.

Devido aos limites do Macrotrends, o período selecionado para análise foi de 1º de janeiro de 1980 a 31 de dezembro de 2021, totalizando 42 anos de observações. Essa faixa temporal extensa permite uma investigação robusta e abrangente, capturando eventos econômicos, geopolíticos e climáticos significativos que impactaram os preços das *commodities* ao longo das últimas quatro décadas, tais como crises econômicas globais, alterações regulatórias e eventos climáticos extremos.

Figura 1: Preços dos contratos futuros de 01/01/1980 a 31/12/2021.



Fonte: dados de pesquisa.

5.1.2. Métodos para a extração das IMFs

Esta seção apresenta os diferentes métodos de decomposição empírica em modos, com foco na obtenção das IMFs. São detalhados o método EMD original e suas variações Mask Sift, EEMD e CEEMD, destacando suas equações fundamentais e o procedimento sequencial de aplicação.

O objetivo da análise é comparar a eficácia desses métodos na separação das frequências presentes nos sinais estudados, buscando identificar aquele que melhor caracteriza os ciclos periódicos associados à negociação dos contratos futuros analisados.

5.1.2.1. Decomposição Modal Empírica (EMD) original

O método EMD original (Huang *et al.*, 1998) decompõe adaptativamente um sinal $x(t)$ em uma soma de IMFs. O procedimento sequencial, denominado *sift*, segue os seguintes passos:

1. Identificar máximos e mínimos locais de $x(t)$;
2. Construir os envelopes superior e inferior por interpolação *spline* cúbica dos extremos;
3. Calcular a média local dos envelopes superior $e_{max}(t)$ e inferior $e_{min}(t)$

$$m_k(t) = \frac{e_{max}(t) + e_{min}(t)}{2} \quad (14)$$

4. Obter a IMF candidata:

$$h_k(t) = x(t) - m_k(t) \quad (15)$$

5. Avaliar os critérios de IMF para $h_k(t)$. Caso não atendidos, substituir $x(t)$ por $h_k(t)$ e repetir as etapas (1)-(4) até obter a IMF definitiva $c_k(t)$:

$$c_k(t) = h_k(t) \quad (16)$$

6. Obter o resíduo:

$$r_k(t) = x(t) - c_k(t) \quad (17)$$

7. Repetir o procedimento com o novo resíduo $r_k(t)$ para extrair as IMFs subsequentes até que o resíduo não possa mais ser decomposto.

Ao final, o sinal original $x(t)$ pode ser expresso por:

$$x(t) = \sum_{k=1}^n c_k(t) + r_n(t) \quad (18)$$

5.1.2.2. *Mask Sift*

O método *Mask Sift* (Deering e Kaiser, 2005) complementa o método original por meio da introdução de um sinal de máscara para mitigar o problema de mistura modal:

1. Escolher uma máscara específica com amplitude a e frequência f :

$$x_m(t) = a \sin(2\pi ft) \quad (19)$$

2. Gerar dois sinais mascarados:

$$x_+(t) = x(t) + x_m(t); \quad x_-(t) = x(t) - x_m(t) \quad (20)$$

3. Aplicar o método EMD convencional sobre os sinais mascarados, obtendo IMFs intermediárias;
4. Calcular a IMF final pela média dos sinais mascarados:

$$c_k(t) = \frac{x_+(t) + x_-(t)}{2} \quad (21)$$

5.1.2.3. Decomposição Modal Empírica por *Ensemble* (EEMD)

O método EEMD (Wu e Huang, 2009) reduz o problema de mistura modal utilizando ruído branco gaussiano em múltiplas realizações:

1. Gerar múltiplas realizações do sinal adicionando ruído branco gaussiano:

$$x_i(t) = x(t) + w_i(t) \quad (22)$$

2. Aplicar a EMD convencional em cada realização $x_i(t)$, obtendo IMFs intermediárias;
3. Calcular as IMFs finais pela média das IMFs correspondentes de cada realização:

$$c_k(t) = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I c_{i,k}(t) \quad (23)$$

Onde I é o número total de realizações.

5.1.2.4. Decomposição Modal Empírica por *Ensemble Completa* (CEEMD)

O método CEEMD (Torres *et al.*, 2011) melhora o método EEMD adicionando ruído branco adaptativamente em cada etapa da decomposição, conforme as seguintes etapas:

1. Calcular a primeira IMF adicionando ruído branco gaussiano:

$$c_1(t) = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I IMF_{i,1}[x(t) + \varepsilon_0 w_i(t)] \quad (24)$$

2. Determinar o primeiro resíduo:

$$r_1(t) = x(t) - c_1(t) \quad (25)$$

3. Aplicar sequencialmente o processo, adicionando ruído adaptativo em cada resíduo subsequente:

$$c_{k+1}(t) = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I IMF_{i,1}[r_k(t) + \varepsilon_k E_k(w_i(t))] \quad (26)$$

Onde $E_k(\cdot)$ representa a operação EMD na etapa k .

4. O procedimento repete-se até que o resíduo não seja mais decomponível em IMFs.

5.1.3. Métrica de separação de frequências

Uma vez que diferentes técnicas de EMD podem gerar IMFs com características distintas, impactando diretamente a qualidade da decomposição e a clareza das periodicidades identificadas, é necessário estabelecer um critério quantitativo e objetivo para selecionar o método mais adequado dentre as alternativas disponíveis. Neste trabalho, os quatro métodos de decomposição descritos na Seção anterior foram avaliados. Cada método foi aplicado individualmente às séries temporais dos contratos futuros analisados, produzindo um conjunto específico de IMFs.

Para avaliar, de forma objetiva, qual método produz uma separação mais clara das periodicidades relevantes, propõe-se uma nova métrica de separação de frequências baseada no espectro da **HHT**. Assim como no caso do cálculo convencional desse espectro, parte-se das amplitudes instantâneas $A_j(t)$ e frequências instantâneas $f_j(t)$ (em ciclos por unidade de tempo) de cada IMF j em função do tempo t :

$$H(f, t) = \sum_{j=1}^n A_j(t) \delta(f - f_j(t)) \quad (27)$$

onde n é o número de IMFs e $\delta(\cdot)$ denota a função delta de Dirac.

Para mensurar quão bem essas faixas de frequência estão separadas entre si, procede-se conforme descrito a seguir. Primeiramente, calcula-se o espectro da **HHT** de cada IMF individualmente, isto é, considera-se a parcela $H_j(f, t) = A_j(t) \delta(f - f_j(t))$ exclusivamente para a j -ésima IMF. Integra-se então a contribuição ao longo de t na janela temporal de interesse, resultando em um espectro dependente apenas da frequência:

$$\widetilde{H}_j(f) = \int_{t_{\text{início}}}^{t_{\text{fim}}} H_j(f, t) dt \quad (28)$$

Em seguida, normaliza-se cada $\widetilde{H}_j(f)$ para que a soma em f seja igual a 1, interpretando-o como uma distribuição de probabilidade de frequência da j -ésima IMF:

$$p_j(f) = \frac{\widetilde{H}_j(f)}{\int_{f_m}^{f_M} \widetilde{H}_j(f') df'} \quad (29)$$

onde o intervalo $[f_m, f_M]$ corresponde à faixa de interesse de frequências (por exemplo, entre 0,1 e 7 ciclos/ano).

Define-se então a **sobreposição de frequências** entre duas IMFs i e j como a área de interseção de suas distribuições normalizadas:

$$S_{ij} = \int_{f_m}^{f_M} (p_i(f), p_j(f)) df \quad (30)$$

Quanto maior for S_{ij} , mais semelhantes (isto é, mais “misturadas”) são as frequências típicas das IMFs i e j . Para quantificar o grau médio de sobreposição entre todas as IMFs, calcula-se a média de S_{ij} para todos os pares distintos:

$$\underline{S} = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{1 \leq i < j \leq n} S_{ij} \quad (31)$$

Finalmente, define-se a **métrica de separação de frequências** (F) como:

$$F = 1 - \underline{S} \quad (32)$$

Interpretam-se os valores de F no intervalo $[0,1]$ da seguinte forma:

- $F \approx 0$ indica que as IMFs apresentam frequências fortemente sobrepostas, ou seja, suas distribuições $p_j(f)$ são muito semelhantes e há pouca capacidade de separar periodicidades distintas;
- $F \approx 1$ indica que as IMFs exibem bandas de frequência bem definidas e praticamente não sobrepostas, sinalizando uma alta resolução na identificação das periodicidades do sinal.

Dessa forma, o critério de seleção do método de EMD baseia-se em escolher aquele que maximiza F , pois valores mais elevados indicam IMFs com frequências isoladas e, conseqüentemente, periodicidades mais claras e menos redundantes. Essa abordagem privilegia a clareza na identificação de ciclos de diferentes escalas de tempo. Em aplicações financeiras, esse aspecto é especialmente valioso, pois as diferentes IMFs podem ser associadas a movimentos de curto, médio e longo prazo no mercado de contratos futuros, facilitando estratégias de *hedge*, negociação ou alocação de recursos de modo mais fundamentado.

Cabe ressaltar que a notação original da frequência instantânea usada por Huang *et al.* (2009) refere-se à frequência angular (ω), expressa em radianos por unidade de tempo. Neste trabalho, optou-se por utilizar a frequência em ciclos por unidade de tempo ($f = \omega/2\pi$), tornando mais intuitiva a interpretação dos resultados no contexto financeiro.

Para a implementação computacional, utilizou-se a biblioteca **emd** em Python (Quinn *et al.*, 2021), a qual fornece rotinas prontas para o cálculo de amplitudes, fases e frequências instantâneas, além de facilitar a construção dos espectros de Hilbert-Huang. O uso desse ecossistema permite eficiência, reprodutibilidade e integração com bibliotecas de análise financeira, contribuindo para maior robustez e detalhamento dos resultados.

5.2. INFERÊNCIA DE PARÂMETROS DAS EQUAÇÕES DE FASE

5.2.1. Dados utilizados

Para a realização deste estudo foram utilizadas séries históricas dos preços diários de contratos futuros contínuos das *commodities* agrícolas soja em grão e óleo de soja, obtidos da base de dados do site Macrotrends (Macrotrends, s.d.), e farelo de soja obtido da base de dados do site Investing (Investing, 2025).

Os contratos futuros contínuos utilizados nesta pesquisa correspondem à concatenação de contratos futuros individuais de diferentes vencimentos, de forma que, ao se aproximar da data de vencimento de um contrato específico, ocorre automaticamente a rolagem para o próximo contrato mais líquido.

Esse procedimento garante a continuidade da série temporal, permitindo análises de longo prazo e evitando descontinuidades associadas aos vencimentos individuais dos contratos.

Devido a limitação do período dos dados de farelo de soja, todas as séries temporais foram analisadas no período que corresponde 01 de janeiro de 1980 a 31 de dezembro de 2022, correspondendo a um total de 23 anos. Essa faixa temporal garante uma ótima quantidade de dados para uso na inferência dos parâmetros das equações de fase.

5.2.2. Parâmetros de inferência e métricas de avaliação

A metodologia adotada neste trabalho para inferir os parâmetros da dinâmica de fases extraídas das séries temporais dos preços futuros de *commodities* agrícolas utiliza a técnica de inferência bayesiana dinâmica, fundamentada na abordagem apresentada em uma série de trabalhos prévios Luchinsky *et al.* (2008), Duggento *et al.* (2008), Stankovski *et al.* (2012, 2014, 2015), Duggento *et al.* (2012). Especificamente, foi empregada a biblioteca computacional em Python DynaBayes, implementada pelo orientador deste trabalho e disponível no site <https://pypi.org/project/dynabayes/>. A biblioteca permite a simulação e inferência utilizando um modelo geral de interação de fases, incluindo tanto o acoplamento direto de fase quando o acoplamento por meio de diferenças de fases, sendo o modelo dado pela equação:

$$\frac{d\phi_i}{dt} = \omega_i(t) + \sum_{j=1}^N A_{ij}(t) \sin(\phi_j) + \sum_{j=1}^N B_{ij}(t) \sin(\phi_j - \phi_i) + \sqrt{\mathbf{E}_i} \xi_i(t) \quad (33)$$

Onde:

- ϕ_i é a fase do i -ésimo oscilador.
- ω_i é a frequência intrínseca (pode depender do tempo).
- $A_{ij}(t)$ controla a influência do termo ϕ_j
- $B_{ij}(t)$ controla a influência das diferenças de fase $\sin(\phi_j - \phi_i)$

Essa equação geral tem como caso particular o modelo de Kuramoto com ruído para $B_{ij} = K_{ij}/N$ e $A_{ij} = 0$

Antes de aplicar a inferência, primeiro, estima-se a intensidade de ruído para cada oscilador, $\mathbf{E}_{true} = (\mathbf{E}_1, \dots, \mathbf{E}_N)$, por meio das velocidades instantâneas de fase das séries de preço,

$$\dot{\phi}_i(t_n) = \frac{\phi_i(t_{n+1}) - \phi_i(t_n)}{\Delta t}, \quad r_{i,n} = \dot{\phi}_i(t_n) - \langle \dot{\phi}_i \rangle$$

Onde $\langle \dot{\phi}_i \rangle$ é a média temporal em T . Descartam-se os 5% mais extremos de $r_{i,n}$ e define-se

$$E_i = \text{Var}(r_{i,n}) \Delta t,$$

assegurando uma estimativa robusta e livre de outliers.

Em seguida, conduziu-se uma busca em grade (grid-search) sobre as combinações dos três parâmetros de inferência: `pw` (propagation width), `window_size` e `step_size`. O parâmetro `pw` regula a difusão da covariância entre janelas consecutivas, equilibrando flexibilidade e estabilidade. O `window_size` determina quantos pontos de dados entram simultaneamente na inferência, janelas muito curtas tendem a gerar ruído estatístico, janelas muito longas podem mascarar variações rápidas. Já o `step_size` define o deslocamento entre janelas, controlando a resolução temporal face ao custo computacional.

Para capturar tanto a oscilação de curtíssimo prazo (sazonalidade mensal/trimestral) quanto tendências de longo prazo (anual/bianual), foram realizadas duas rodadas independentes de grid-search. Na primeira,

$$\text{window size} \in [21, 252], \text{ step size} \in [5, 24]$$

e na segunda

$$\text{window size} \in [126, 504], \text{ step size} \in [5, 24].$$

Em ambos os casos `pw` percorreu valores entre 0,1 e 0,3. Essa estratégia comparativa permitiu avaliar a sensibilidade dos coeficientes inferidos em diferentes escalas.

Para cada tripla (`pw`, `window size`, `step size`), foi invocada em paralelo

`db.run_inference(Φ , Δt , \mathbf{E}_{true} , t , pw, window size, step size)`

que retorna apenas a sequência de coeficientes $\{c_{i,k}^{(n)}\}_{n=1,\dots,n_{win}}$ e os centros temporais $t_{center}^{(n)}$.

Em seguida aplicou-se sobre cada série temporal de coeficientes a função `compute_trimmed_stats`, que calcula para cada i, k :

$$\mu_{i,k} = \text{mean}(c_{i,k}^{(n)}), \quad \sigma_{i,k} = \text{std}(c_{i,k}^{(n)}),$$

descarta valores cujo $\left| (c_{i,k}^{(n)} - \mu_{i,k}) / \sigma_{i,k} \right| > z_{\text{thresh}}$, e reestima a média aparada $\hat{\mu}_{i,k}$, e desvio padrão $\hat{\sigma}_{i,k}$. O critério de qualidade de cada configuração é o *score* médio sobre coeficientes off-diagonais:

$$\text{score} = \frac{1}{M} \sum_{(i,j) \in \text{off}} \frac{|\hat{\mu}_{i,j}|}{\hat{\sigma}_{i,j}}$$

onde a soma percorre todos os pares $i \neq j$. A combinação que maximiza este *score* é adotada como ótima.

Com os valores ótimos $\{\text{pw}^*, \text{window size}^*, \text{step size}^*\}$ definidos, foi repetida a chamada

$$\{c^{(n)}\}, t_{center}^{(n)} = \text{db.run_inference}(\Phi, \Delta t, \mathbf{E}_{true}, t, \text{pw}^*, \text{window_size}^*, \text{step_size}^*)$$

para obter a série final de coeficientes dinâmicos $\{c_{i,k}^{(n)}\}$ em todas as janelas.

Para validar o modelo inferido, reconstruiu-se a série simulada Φ^{sim} com a função `simulate_from_params_centers`. Essa rotina gera interpoladores temporais de $\omega_i(t)$, $A_{ij}(t)$ e $B_{ij}(t)$ a partir de $\{c^{(n)}\}$ e dos centros, integra numericamente as equações de fase estocásticas usando o mesmo vetor fixo \mathbf{E}_{true} .

Por fim, foi produzido um relatório consolidado com as métricas de desempenho entre as dinâmicas das fases reais e simuladas. Para avaliar quantitativamente o quão bem a simulação reproduz a dinâmica de fases extraída dos dados reais, calculamos as seguintes métricas, cada uma destacando um aspecto diferente do desempenho do modelo:

NRMSE de fase (*Normalized Root-Mean-Square Error*). Medida do desvio quadrático médio entre a fase desenrolada real $\phi_i(t)$ e a fase simulada desenrolada $\phi_i^{\text{sim}}(t)$, normalizada por um ciclo completo 2π :

$$\text{NRMSE}_i = \frac{\sqrt{\left\langle \left(\phi_i(t) - \phi_i^{\text{sim}}(t) \right)^2 \right\rangle_t}}{2\pi}$$

onde $\langle \cdot \rangle_t$ denota média temporal. Como as fases usadas são desenroladas (*unwrapped*), a diferença $\phi_i - \phi_i^{\text{sim}}$ pode exceder 2π , de modo que a NRMSE é um desvio médio, em frações de ciclo, entre as trajetórias desenroladas de fase, medido por amostra (dia).

Correlação de frequência instantânea (*Instantaneous Frequency Correlation*). Avalia a semelhança entre as velocidades de fase reais e simuladas:

$$\rho_i = \text{corr}(\dot{\phi}_i(t), \dot{\phi}_i^{\text{sim}}(t))$$

onde $\dot{\phi}_i(t) = \frac{d\phi_i}{dt}$, e $\dot{\phi}_i^{\text{sim}}(t) = \frac{d\phi_i^{\text{sim}}}{dt}$. Este coeficiente de Pearson varia em $[-1,1]$; valores próximos de 1 indicam que as flutuações de frequência instantânea do modelo acompanham fielmente aquelas observadas nos dados.

Todo o código-fonte utilizado nas análises apresentadas neste trabalho está disponível publicamente no GitHub em https://github.com/p3dr0id/bayesian_inference_commodities. O repositório inclui notebooks, scripts e dados de exemplo, e é distribuído sob a licença MIT, permitindo a qualquer usuário copiar, modificar e redistribuir livremente o material, desde que seja mantido o aviso de copyright e a licença original.

6. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Primeiramente são discutidos os resultados iniciais sobre ciclos e choques mostrados pelas amplitudes dos preços. Em seguida, é feita a discussão dos parâmetros obtidos via inferência bayesiana dinâmica.

6.1. ANÁLISE DE CICLOS E CHOQUES EM PREÇOS DE FUTUROS AGRÍCOLAS VIA TRANSFORMADA DE HILBERT-HUANG

6.1.1. Análise dos métodos de extração das IMFs

Nesta subseção, comparam-se os métodos EMD, EEMD, Mask Sift e CEEMD na decomposição das séries temporais dos contratos futuros de soja, milho e algodão, com foco em identificar qual deles produz IMFs com menor sobreposição de frequências. A Tabela 2 apresenta os valores da métrica de separação de frequências (F) para cada método e cada contrato futuro, enquanto as Figuras 2, 3 e 4 ilustram os espectros de Hilbert-Huang correspondentes.

Observa-se que o Mask Sift exibe consistentemente valores mais elevados de F , o que implica maior clareza na identificação das escalas de frequência relevantes para esses mercados. Esse resultado corrobora a literatura, que aponta o uso de máscaras específicas como uma forma de mitigar a mistura modal, distinguindo mais facilmente ciclos próximos (Deering e Kaiser,

2005). Embora a EMD, EEMD e CEEMD também sejam capazes de decompor o sinal, seus valores inferiores de F indicam frequências ligeiramente mais sobrepostas, especialmente em alguns modos de oscilação mais próximos. Na prática, a adoção do Mask Sift para análise de periodicidades em *commodities* agrícolas mostrou-se vantajosa, pois realça oscilações de curto, médio e longo prazo de forma mais nítida, facilitando a compreensão de impactos sazonais ou choques pontuais no mercado.

Tabela 2: Valores de F para cada método aplicado a três contratos futuros (Soja, Milho e Algodão).

Método	F (Soja)	F(Milho)	F(Algodão)
EMD	0.7464	0.7354	0.6765
EEMD	0.7655	0.7313	0.7378
Mask Sift	0.8994	0.9002	0.9007
CEEMD	0.8158	0.8059	0.7887

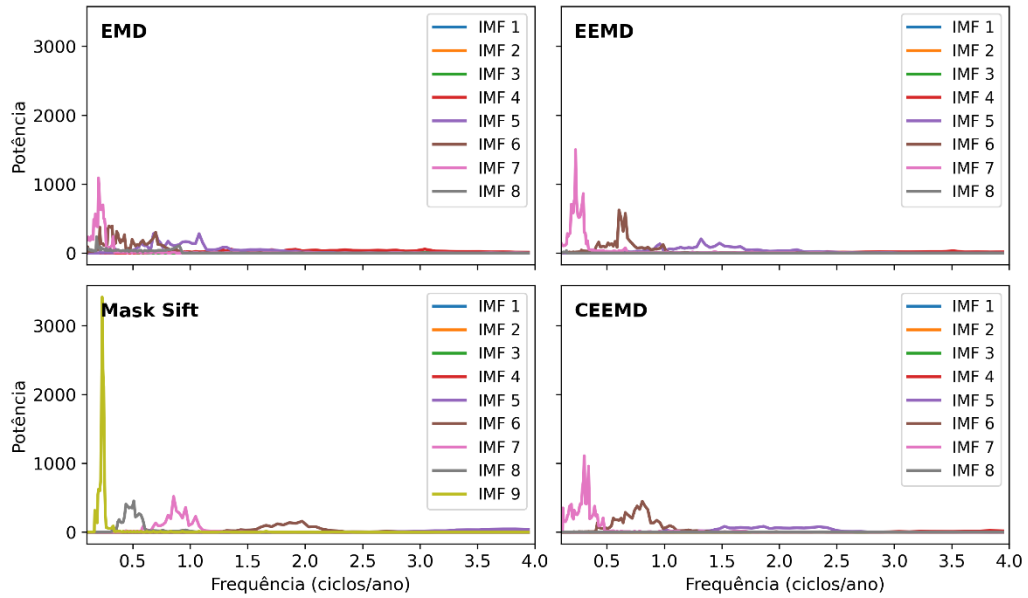
Fonte: Elaborada pelo autor.

De modo geral, os valores da Tabela 2 confirmam que o Mask Sift não apenas reduz a sobreposição de frequências (refletida em F elevado), mas também exhibe espectros mais segmentados, como observa-se nas Figuras 3, 4 e 5. Analisando os espectros apresentados nas figuras, nota-se claramente que, apesar do método Mask Sift identificar nove IMFs, somente algumas poucas delas concentram energia significativa, manifestada pela maior potência nos gráficos. A potência das IMFs representa a relevância ou contribuição relativa dessas faixas de frequência para a variabilidade total da série temporal analisada. A maior parte das IMFs identificadas, especialmente aquelas associadas a frequências mais altas, apresentam potência praticamente nula, indicando que esses modos capturam oscilações muito rápidas e de amplitude reduzida, podendo ser consideradas ruído ou variações insignificantes para análise econômica e financeira dessas *commodities*.

Destaca-se que, para todos os contratos futuros analisados, as IMFs que concentram maior potência encontram-se predominantemente nas faixas de frequência mais baixas, geralmente abaixo de 2 ciclos por ano. Isso reforça que as oscilações, semestrais, anuais ou plurianuais têm relevância econômica destacada, refletindo ciclos agrícolas, efeitos climáticos de médio prazo e respostas estruturais a eventos globais. Dessa forma, a utilização do *Mask Sift* se mostra particularmente adequada, pois consegue identificar com nitidez esses ciclos mais

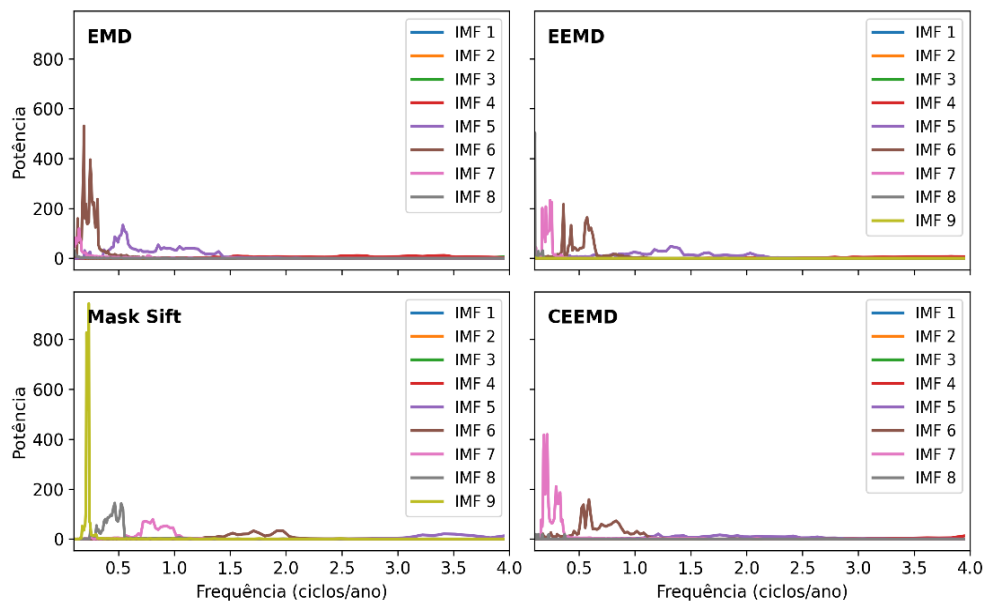
lentos, separando-os claramente de variações de alta frequência, de pouca ou nenhuma relevância financeira prática.

Figura 3: Espectros da HHT referentes aos preços do contrato futuro de soja



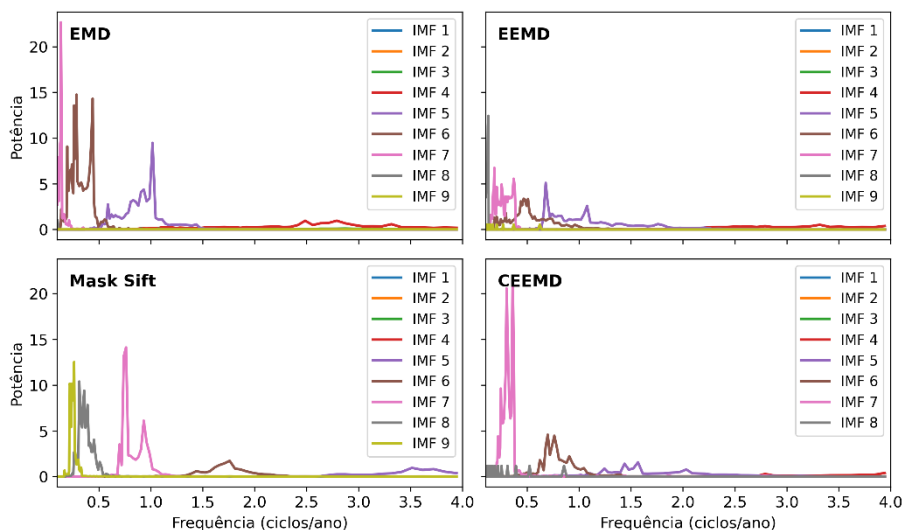
Fonte: dados de pesquisa.

Figura 4: Espectros da HHT referentes aos preços do contrato futuro de milho



Fonte: dados de pesquisa.

Figura 5: Espectros da HHT referentes aos preços do contrato futuro de algodão.



Fonte: dados de pesquisa.

É importante enfatizar que a presença de IMFs com potência insignificante não diminui a eficácia do método, mas, pelo contrário, reforça a capacidade do Mask Sift em distinguir claramente quais são os modos de oscilação economicamente relevantes. Assim, a análise espectral proporcionada pelo espectro da HHT aplicado com o Mask Sift permite uma interpretação robusta e objetiva das escalas temporais dominantes, facilitando tomadas de decisão mais fundamentadas na gestão financeira dos contratos futuros.

6.1.2. Seleção das IMFs de interesse

As nove IMFs obtidas pelo método *Mask Sift* com seus respectivos valores de frequências, períodos e amplitudes médias para cada contrato futuro são apresentadas na Tabela 3. Analisando essa tabela, percebe-se claramente que as primeiras IMFs (1 a 4) exibem frequências médias elevadas, correspondendo a ciclos muito curtos (inferiores a três meses) e com amplitudes médias extremamente baixas, geralmente inferiores a 0,1. Essas características indicam que essas IMFs capturam essencialmente *ruído* ou oscilações muito rápidas, sem grande relevância econômica ou financeira prática.

Em contrapartida, as IMFs de número 5 a 7 apresentam frequências e períodos médios que correspondem aproximadamente a ciclos trimestrais (IMF 5), semestrais (IMF 6) e anuais

(IMF 7), com amplitudes médias consideravelmente maiores. Destaca-se especialmente a IMF 7, cuja amplitude média é significativamente maior em comparação com as IMFs anteriores. Tal constatação demonstra claramente que essas IMFs são capazes de captar oscilações de mercado mais pronunciadas, típicas de eventos sazonais e choques estruturais relevantes.

As IMFs 8 e 9 revelam ciclos ainda mais lentos, com períodos superiores a dois anos e amplitudes ainda maiores. Essas IMFs provavelmente representam movimentos estruturais mais profundos e tendências de longo prazo no mercado. Apesar de sua importância econômica, tais ciclos extrapolam a análise de impactos pontuais e choques específicos tratados neste estudo, sendo recomendados para investigações futuras relacionadas à dinâmica estrutural dos preços agrícolas.

Portanto, as IMFs 5, 6 e 7 foram selecionadas especificamente por refletirem ciclos associados às oscilações de preços trimestral, semestral e anual, respectivamente. Essas IMFs são particularmente interessantes para o estudo da dinâmica temporal das amplitudes em diferentes escalas de tempo, permitindo analisar como diferentes tipos de choques econômicos, climáticos e geopolíticos afetam as *commodities* agrícolas de maneira diferenciada ao longo dessas escalas temporais.

Tabela 3 : Frequência média (f_{med}), período médio (T_{med}) e amplitude média (A_{med}) das IMFs obtidas pelo método Mask Sift.

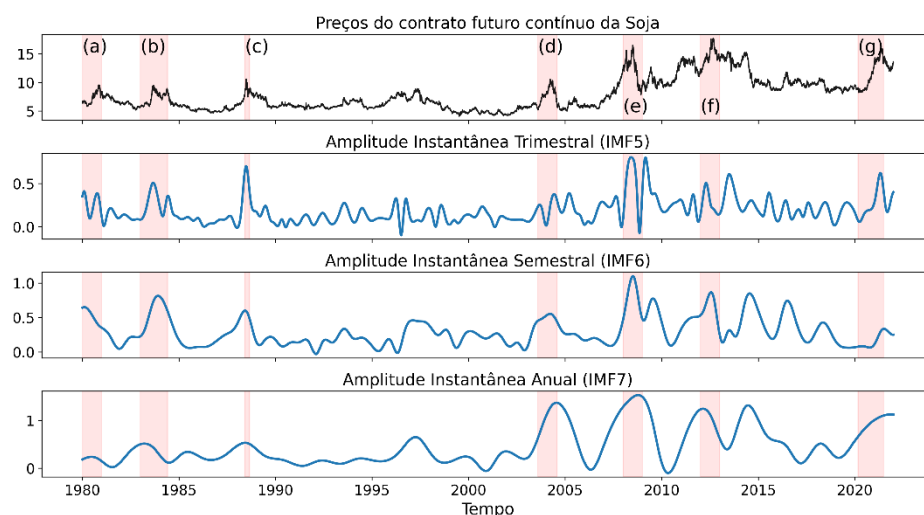
IMF	Soja			Milho			Algodão		
	f_{med} (ciclos/ano)	T_{med} (ano)	A_{med} (dólar/bushel)	f_{med} (ciclos/ano)	T_{med} (ano)	A_{med} (dólar/bushel)	f_{med} (ciclos/ano)	T_{med} (ano)	A_{med} (dólar/libra)
1	59.3	0.0	0.06	58.9	0.0	0.03	58.4	0.0	0.01
2	29.2	0.0	0.06	28.3	0.0	0.03	28.3	0.0	0.01
3	14.9	0.1	0.09	14.6	0.1	0.04	14.3	0.1	0.01
4	7.0	0.1	0.14	7.2	0.1	0.06	7.2	0.1	0.01
5	3.8	0.3	0.19	3.5	0.3	0.09	3.6	0.3	0.02
6	1.9	0.5	0.30	1.7	0.4	0.14	1.8	0.6	0.03
7	1.0	1.0	0.46	0.9	1.2	0.23	1.0	1.0	0.05
8	0.5	2.1	0.56	0.5	2.1	0.33	0.4	2.5	0.08
9	0.2	4.3	1.06	0.2	4.3	0.47	0.3	3.9	0.08

Fonte: Elaborada pelo autor.

6.1.3. Choques de preços em diferentes escalas temporais

A análise das amplitudes instantâneas das IMFs em diferentes escalas temporais agrega uma camada interpretativa que não seria captada apenas pela observação direta da série de preços. Enquanto a série de preços exibe a trajetória global, a decomposição em IMFs permite isolar oscilações rápidas (curto prazo) e movimentos mais lentos (médio e longo prazo), revelando como cada evento histórico repercute em múltiplos horizontes temporais.

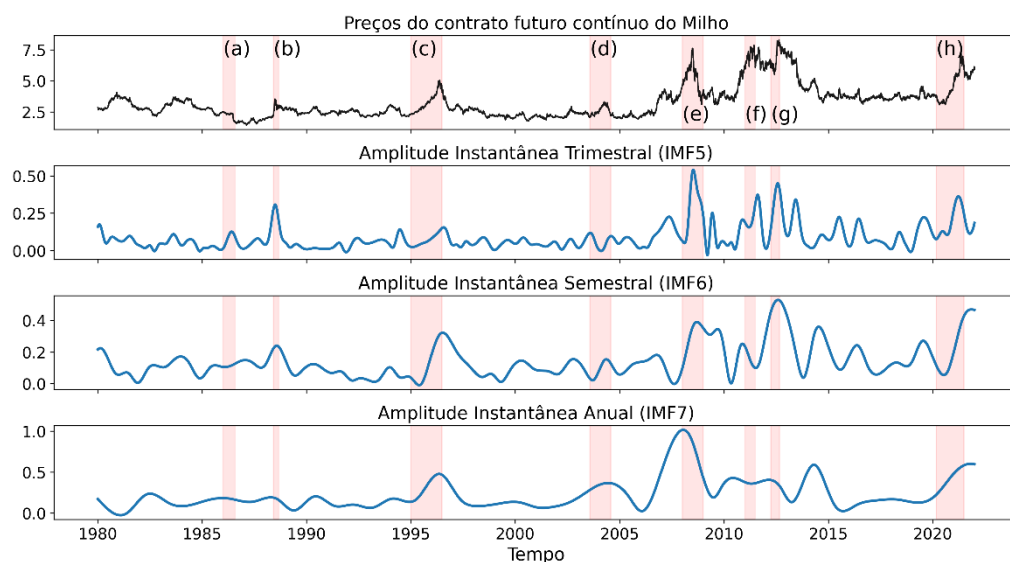
Figura 6: Impacto dos choques nos preços em diferentes escalas de tempo para o contrato futuro de Soja.



Fonte: dados de pesquisa.

Soja (Figura 6): Eventos como o *Embargo de 1980 (a)*, a *Geada nos EUA em 1983 (b)* e a *Seca nos EUA em 1988 (c)* produziram oscilações intensas nas amplitudes trimestrais e semestrais, indicando que inicialmente o mercado reagiu rapidamente às restrições de oferta provocadas por tensões políticas e eventos climáticos extremos. Já a *Seca no Brasil em 2003 (d)* e a *Crise de 2008 (e)* exibiram picos acentuados principalmente nas escalas semestrais e anuais, sugerindo impactos mais prolongados sobre a formação dos preços. A *Seca nos EUA em 2012 (f)* e a *Pandemia em 2020 (g)* também apresentaram forte amplitude nas escalas semestral e anual, destacando mudanças estruturais e respostas profundas do mercado às condições adversas de oferta e demanda.

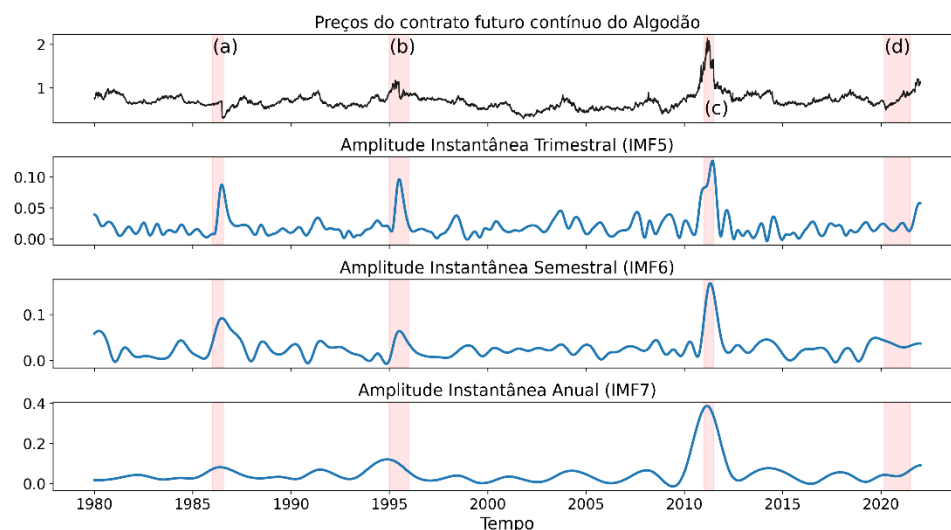
Figura 7: Impacto dos choques nos preços em diferentes escalas de tempo para o contrato futuro de Milho.



Fonte: dados de pesquisa.

Milho (Figura 7): Para o milho, o *Colapso do Petróleo* (a) provocou um pico acentuado da amplitude na escala trimestral que não foi acompanhado nas escalas semestral e anual. Eventos como a *Seca nos EUA 1988* (b), a *Criação da Organização Mundial do Comércio (OMC) em 1995* (c) e a *Seca no Brasil em 2003* (d) tiveram repercussões notáveis nas amplitudes das escalas semestral e anual, indicando que tais choques resultaram em alterações estruturais significativas e duradouras no mercado. A *Crise de 2008* (e), a *Crise Alimentar de 2011* (f) e a *Seca nos EUA em 2012* (g) destacam-se por suas amplitudes mais acentuadas nas escalas trimestral e semestral, refletindo não apenas reações imediatas, mas também uma reestruturação das expectativas de mercado no médio prazo. Finalmente, a *Pandemia de 2020* (h) provocou um pico expressivo em todas as escalas consideradas, sinalizando profundas alterações no equilíbrio global entre oferta e demanda.

Figura 8: Impacto dos choques nos preços em diferentes escalas de tempo para o contrato futuro de Algodão.



Fonte: dados de pesquisa.

Algodão (Figura 8): No contrato futuro de algodão, a amplitude instantânea das oscilações revelou que o *Colapso do Petróleo em 1986 (a)* resultou em um pico acentuado principalmente na escala trimestral, refletindo uma resposta imediata à redução dos custos de produção e ao aumento da competição com fibras sintéticas. A *Criação da OMC em 1995 (b)* também teve destaque nas amplitudes trimestrais, evidenciando uma rápida adaptação às mudanças comerciais. A *Crise Alimentar de 2011 (c)* apresentou um pico relevante em todas as escalas, mesmo o algodão não se tratando de uma *commodity* alimentar. Por fim, a *Pandemia de 2020 (d)* manifestou um pico tardio na escala trimestral, indicando uma resposta atrasada do mercado, mas de curto prazo, se diferenciando das *commodities* de soja e milho.

A comparação das amplitudes em diferentes horizontes temporais permite uma compreensão aprofundada sobre a natureza dos choques. Eventos com picos predominantes na escala trimestral sinalizam flutuações pontuais associadas a especulações ou reações imediatas. Em contrapartida, picos simultâneos nas escalas semestrais e anuais indicam alterações estruturais, como crises econômicas, políticas ou eventos climáticos severos que impactam de forma duradoura o mercado. Essa distinção é crucial para estratégias financeiras, auxiliando investidores e empresas na

gestão de riscos e na formulação de políticas adequadas de *hedge* e planejamento de longo prazo.

6.2. EQUAÇÕES DE FASE E SINCRONIZAÇÃO VIA INFERÊNCIA BAYESIANA DINÂMICA

6.2.1. Extração e escolha das IMFs de interesse

As séries temporais foram submetidas à aplicação da EMD pelo método *Mask Sift*. A IMF de cada série temporal foi escolhida por meio do critério de frequência anual, ou seja, a IMF que apresentasse valor de frequência média mais próxima de 1 ciclo por ano. A tabela 1 mostra os valores obtidos.

Tabela 1: Valores de período médio das IMFs de cada série temporal

IMF	Grão (Anos)	Grão (Dias)	Óleo (Anos)	Óleo (Dias)	Farelo (Anos)	Farelo (Dias)
1	0.0	4	0.0	4	0.0	4
2	0.0	9	0.0	9	0.0	9
3	0.1	16	0.1	17	0.1	18
4	0.1	35	0.1	36	0.1	35
5	0.3	67	0.3	69	0.3	69
6	0.5	132	0.5	133	0.5	137
7	1.1	265	1.1	272	1.2	295
8	2.1	531	2.2	560	2.2	557
9	4.3	1072	4.7	1184	3.9	972

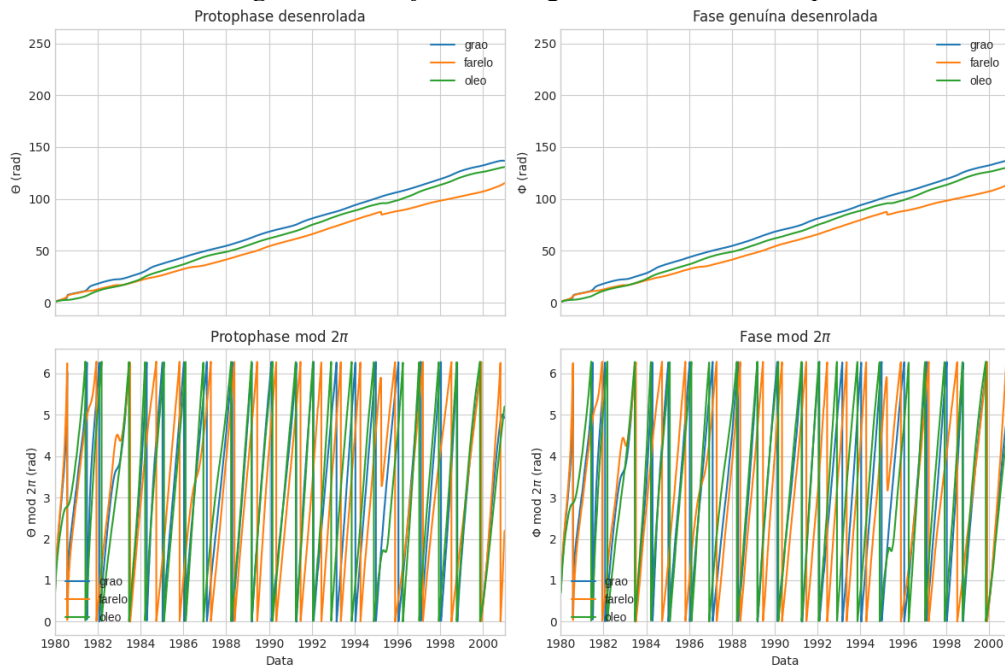
Fonte: Elaborada pelo autor.

Assim, a IMF escolhida para as três séries foi a de número 7.

6.2.2. Transformação da *protofase* em fase invariante

Após esta escolha, a *protofase* da IMF 7 foi extraída e transformada em fase invariante (genuína), e desenrolada para mostrar o seu crescimento e suavizar os saltos de 2π , conforme mostra a Figura 9.

Figura 9: *Protofase* e fase genuína das séries temporais.

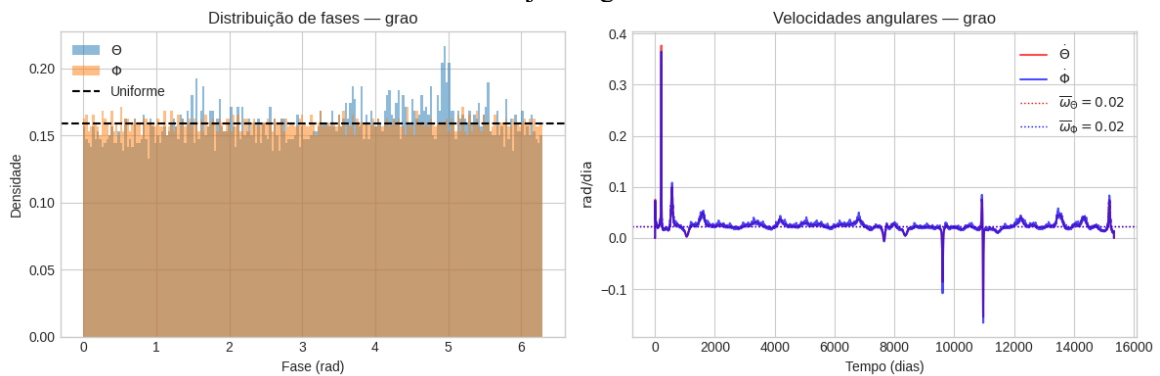


Fonte: dados da pesquisa.

É possível perceber neste gráfico que a *protofase* apresenta comportamento bem semelhante à fase invariante, evidenciando o fato do método EMD da Transformada de Hilbert-Huang fornecer uma *protofase* de confiança, visto que suas IMFs são mais estacionárias que a série original.

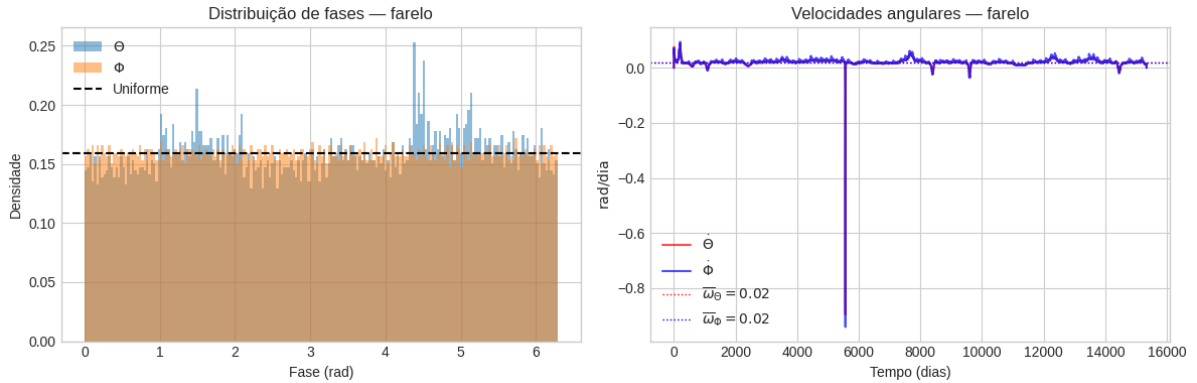
As Figuras 10, 11 e 12 mostram a distribuição das *protofases* e fases genuínas das três séries temporais e suas velocidades angulares médias (0.02 para todas), demonstrando que a fase genuína obtida da transformação apresenta distribuição mais uniforme.

Figura 10: Distribuição e velocidades angulares médias das *protofases* e fases genuínas da soja em grão.



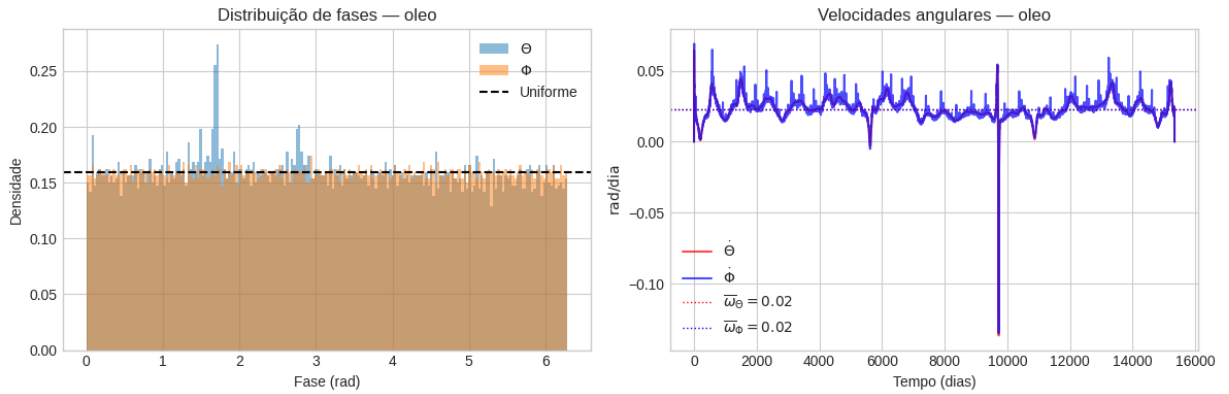
Fonte: dados da pesquisa.

Figura 11: Distribuição e velocidades angulares médias das *protofases* e fases genuínas do farelo de soja.



Fonte: dados da pesquisa.

Figura 12: Distribuição e velocidades angulares médias das *protofases* e fases genuínas do óleo de soja.



Fonte: dados da pesquisa.

6.2.3. Resultados das inferências de curto e longo prazo

Nesta seção apresentamos a análise comparativa dos resultados obtidos nas duas rodadas de inferência dinâmica de curto e de longo prazo sobre as fases extraídas das séries de preços de soja em grão, farelo e óleo. Em cada caso, foram selecionados, via grid-search, os parâmetros pw , $window_size$ e $step_size$ que maximizaram o $score$ médio de significância off-diagonal (ver Metodologia). A Tabela 4 resume as métricas globais de desempenho e as médias dos coeficientes inferidos para cada oscilador.

Tabela 4 - Métricas de desempenho e parâmetros médios inferidos

Escala	pw^*	$window^*$	$step^*$	NRMSE	ρ_{freq}	$\langle r_{sim} \rangle$
Curto prazo	0.10	175	15	1.07	0.026	0.737
Longo prazo	0.10	504	23	1.29	0.010	0.601

Fonte: Elaborada pelo autor.

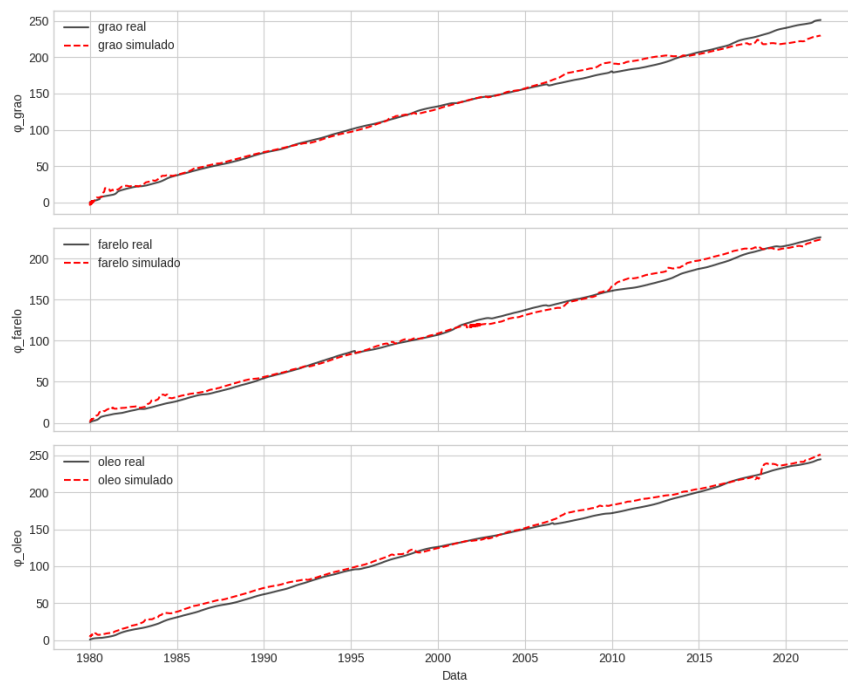
Onde:

- NRMSE: raiz quadrada do desvio quadrático médio normalizado;
- ρ_{freq} : correlação das frequências;
- $\langle r_{sim} \rangle$: média temporal do parâmetro de ordem do modelo

6.2.3.1. Inferência de Curto Prazo

A Figura 13 mostra que a inferência capturou bem a dinâmica das fases em todas as séries temporais, visto que a dinâmica simulada acompanha a dinâmica real com leves diferenças decorrentes aos ruídos das séries.

Figura 13: Fases reais e fases simuladas dos osciladores (Inferência de curto prazo).



Fonte: dados da pesquisa.

Para janelas de até ≈ 7 meses ($window_size = 175$ dias) e $step_size = 15$ dias, a inferência retornou $pw = 0.10$. A NRMSE média foi de 1.07 ciclos por amostra, e a correlação de frequência 0.026, indicando boa aderência das trajetórias simuladas às fases reais, embora as velocidades instantâneas flutuem de forma levemente dessíncrona. O parâmetro de ordem médio do modelo simulado ($\langle r_{sim} \rangle = 0.737$) permaneceu próximo ao real ($\langle r_{real} \rangle = 0.798$), o que reflete coerência global mantida na simulação.

Os coeficientes médios das três “subdinâmicas” inferidas foram:

$$\omega_1 = 0.0145, \quad B_{12} = 0.0151, \quad B_{13} = 0.0295,$$

$$\begin{aligned}\omega_2 &= 0.0092, & B_{21} &= 0.0179, & B_{23} &= 0.0089, \\ \omega_3 &= 0.0233, & B_{31} &= 0.0084, & B_{32} &= -0.0076,\end{aligned}$$

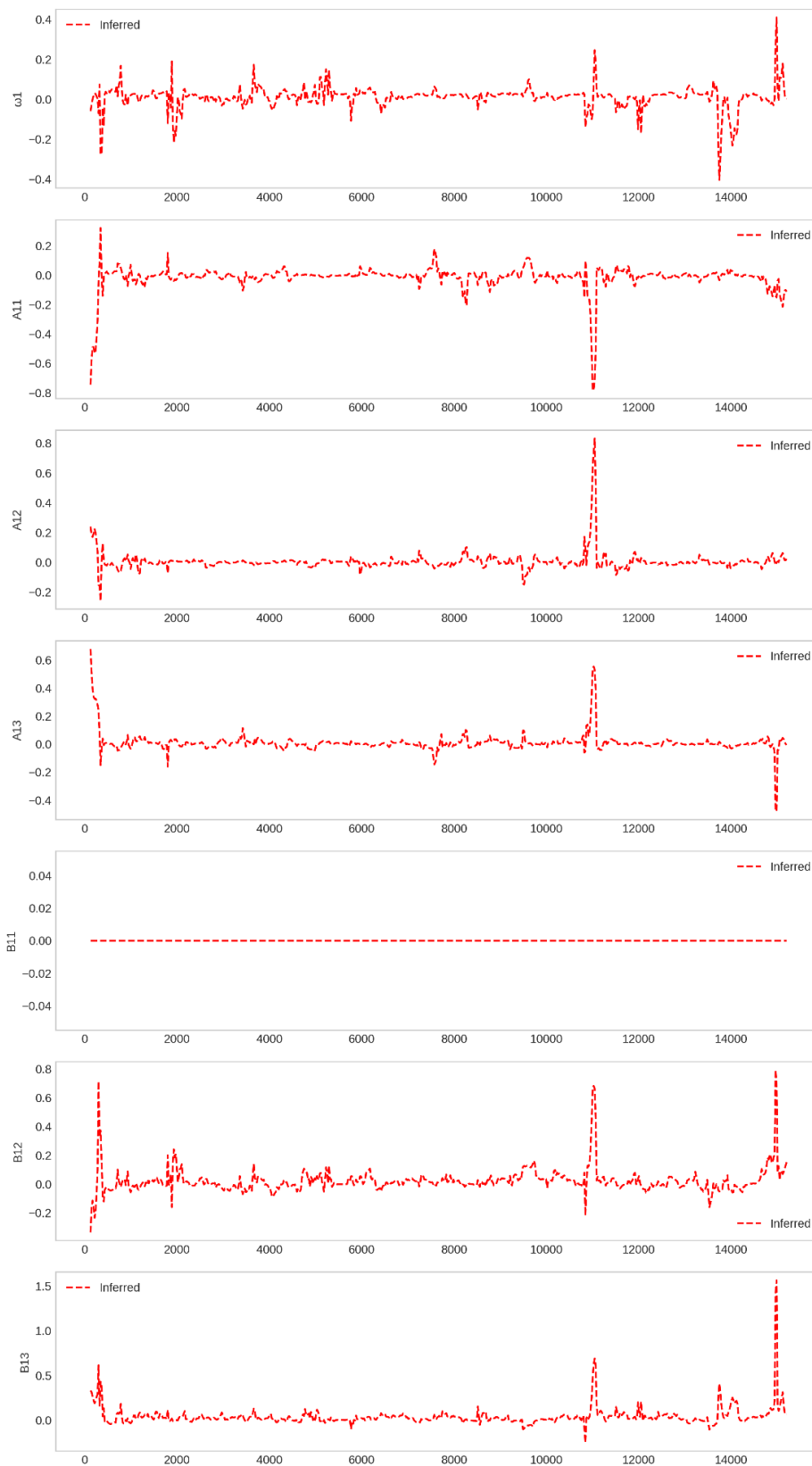
com demais parâmetros A_{ij} e B_{ii} desprezíveis. Essas frequências naturais correspondem a períodos médios estimados de

$$T_i = \frac{2\pi}{\omega_i} \approx \{433, 683, 270\} \text{ dias} \quad (i = 1,2,3),$$

ou seja, a fase do óleo (ω_3) oscila mais rápido (período ≈ 270 dias) do que a do farelo (ω_2 , ≈ 683 dias) e do grão (ω_1 , ≈ 433 dias). Os termos B_{1j} maiores reforçam que as variações de farelo e óleo influenciam o grão, evidenciando direções de acoplamento assimétricas em sazonalidades subanuais.

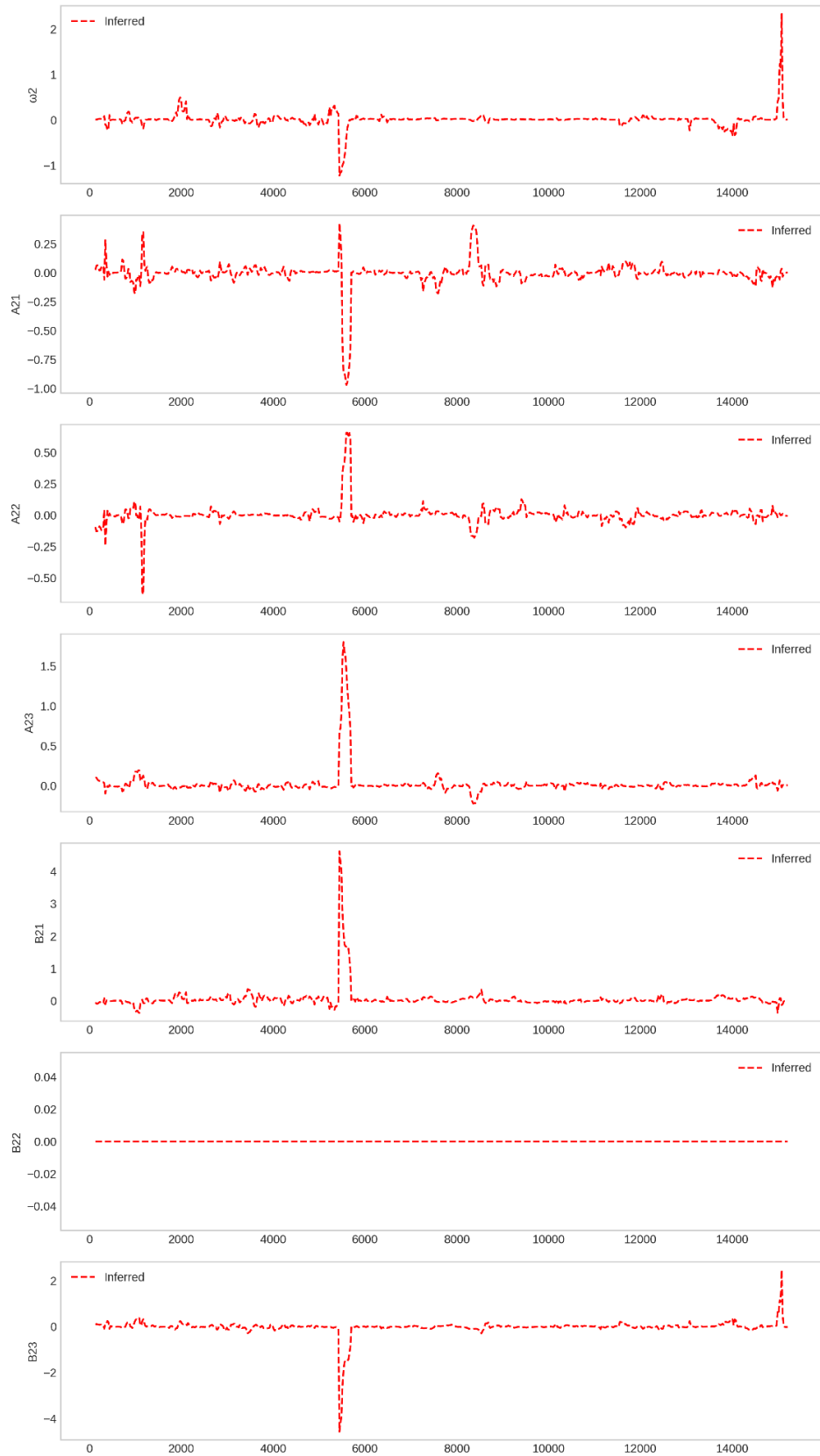
As figuras a seguir mostram a evolução desses parâmetros com o tempo.

Figura 14: Evolução temporal da frequência natural e dos acoplamentos da série de soja em grão (Inferência de curto prazo).



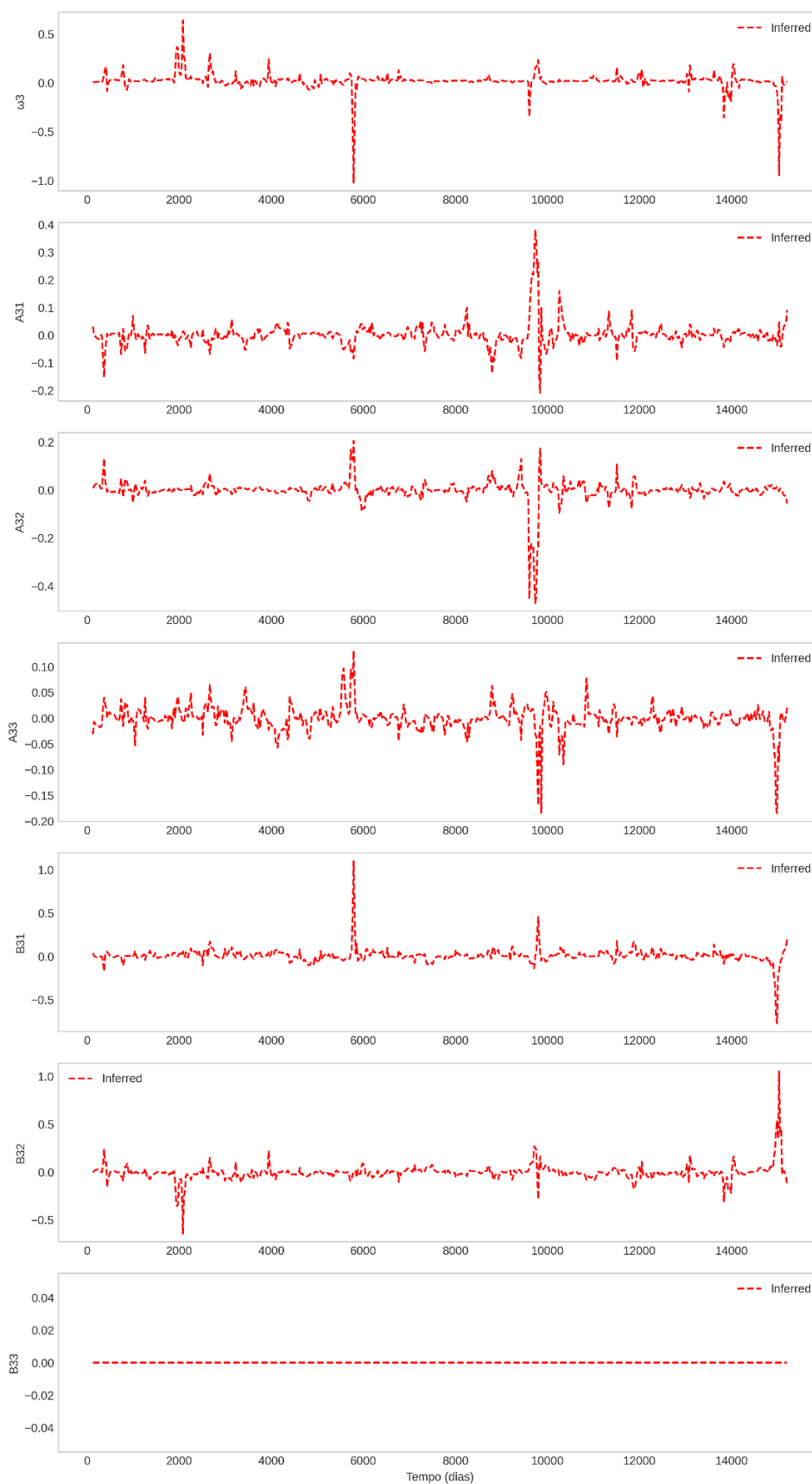
Fonte: dados da pesquisa.

Figura 15: Evolução temporal da frequência natural e dos acoplamentos da série de farelo de soja (Inferência de curto prazo).



Fonte: dados da pesquisa.

Figura 16: Evolução temporal da frequência natural e dos acoplamentos da série de óleo de soja (Inferência de curto prazo).



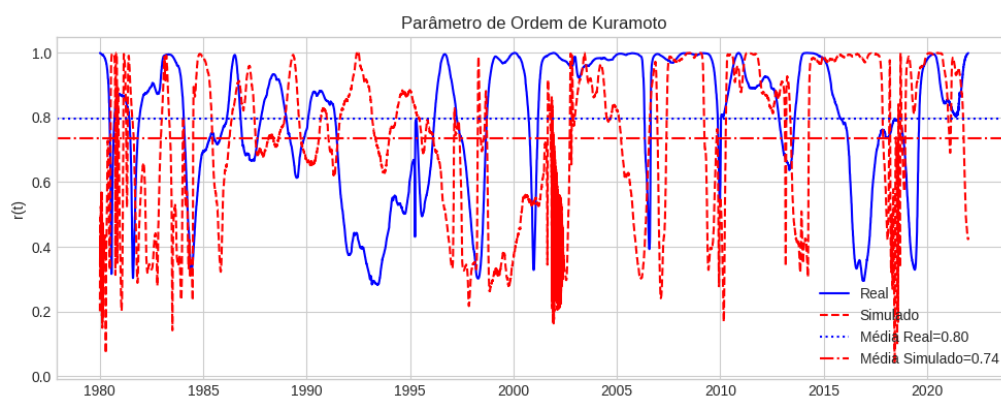
Fonte: dados da pesquisa.

A trajetória dos parâmetros nesta inferência revela maior constância ao longo do tempo, atestando sua estabilidade e reforçando a confiança na formulação da equação de fase inferida.

É perceptível a presença de picos na evolução dos parâmetros dos três osciladores, os quais podem refletir tanto choques pontuais nas séries temporais quanto variações inerentes ao processo de inferência, decorrentes da alternância nas janelas de análise.

Para essa inferência, a dinâmica do parâmetro de ordem r está demonstrada na figura 17:

Figura 17: Parâmetro de Ordem dos osciladores (Inferência de curto prazo).



Fonte: dados da pesquisa.

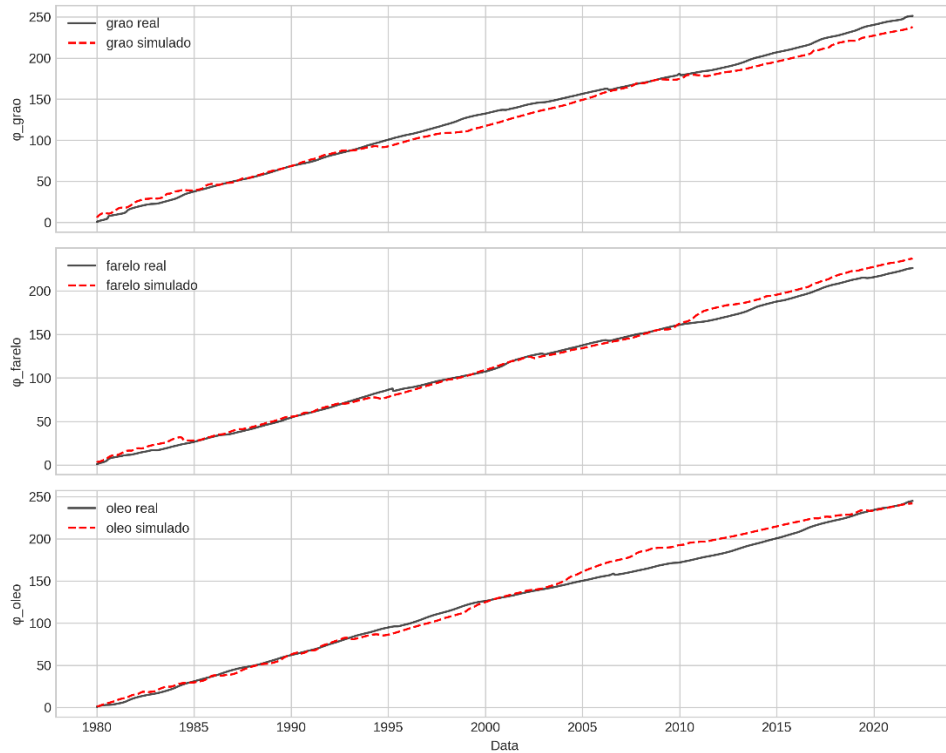
Tanto o r real quanto o r simulado apresentam oscilações. Os períodos em que o parâmetro está próximo de 1 indicam alta sincronia entre os osciladores, enquanto valores baixos indicam maior independência no movimento dos mesmos. Esta variação está ligada a diversos fatores políticos, econômicos e estocásticos que afetam o preço dessas *commodities*.

O média do r real foi de 0.80 enquanto a média do r simulado foi de 0.74, com diferença de 0.06. Observa-se um atraso consistente na resposta do parâmetro de ordem simulado em relação ao real, o que reforça a hipótese de que o comprimento da janela deslizante atua como fator de amortecimento temporal. Esse efeito de defasagem implica que variações súbitas de sincronismo, capturadas prontamente pelo r real, só são refletidas no r simulado após algumas janelas, reduzindo a sensibilidade do modelo a transientes de curto prazo.

6.2.3.2. Inferência de Longo Prazo

A Figura 18 evidencia ainda que a segunda inferência reproduziu bem a dinâmica das fases em todas as séries temporais, já que o comportamento simulado acompanha de perto o real, apresentando apenas pequenas discrepâncias atribuíveis ao ruído das séries.

Figura 18: Fases reais e fases simuladas dos osciladores (Inferência de longo prazo).



Fonte: dados da pesquisa.

Na segunda rodada, com janelas de até ≈ 2 anos (`window_size = 504` dias) e `step_size = 23` dias, obteve-se também $pw = 0.10$. A NRMSE subiu para 1.29 ciclos, e a correlação de frequência caiu a 0.010, refletindo maior suavização e “atraso” na simulação frente às fases reais. O parâmetro de ordem simulado diminuiu ($\langle r_{sim} \rangle = 0.601$), indicando menor coerência global reconstruída.

Os coeficientes médios de frequência ficaram altos e estatisticamente estáveis:

$$\omega_1 = 0.0218, \quad \omega_2 = 0.0198, \quad \omega_3 = 0.0244,$$

enquanto todos os A_{ij} e B_{ij} foram desprezíveis (< 0.01). Isso revela que, em escalas anuais e bianuais, a inferência não detecta acoplamentos de fase, captando apenas oscilações quase independentes de cada *commodity* com períodos em torno de um ano.

A NRMSE moderada em ambas as escalas, bem como a baixa correlação instantânea, reforçam a presença de ruído e variações estocásticas que não devem ser interpretadas como falhas do método, mas como características intrínsecas da não-estacionaridade dos mercados de *commodities*.

A evolução de cada parâmetro das equações de fase desta inferência estão apresentadas nas figuras a seguir:

Figura 19: Evolução temporal da frequência natural e dos acoplamentos da série de soja em grão (Inferência de longo prazo).



Fonte: dados da pesquisa.

Figura 20: Evolução temporal da frequência natural e dos acoplamentos da série de farelo de soja (Inferência de longo prazo).



Fonte: dados da pesquisa.

Figura 21: Evolução temporal da frequência natural e dos acoplamentos da série de óleo de soja (Inferência de longo prazo)



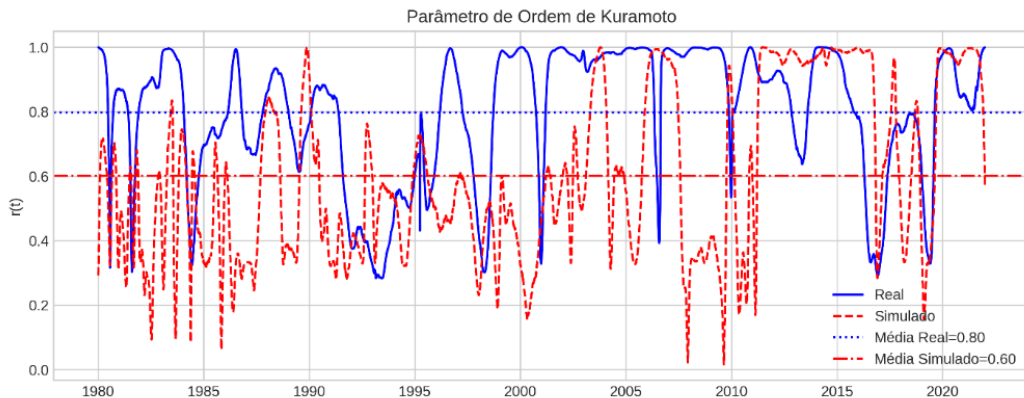
Fonte: dados da pesquisa.

Observa-se, nos gráficos apresentados, que a amplitude de variação obtida com a janela de 504 dias é inferior àquela resultante da inferência com janela de 175 dias, o que explica o desvio padrão reduzido no primeiro caso. Entretanto, a trajetória temporal dos parâmetros revela maior instabilidade nessa configuração, em virtude da perda de informação provocada pela menor resolução da janela. Consequentemente, a equação de fase derivada dessa inferência mostra-se menos confiável para a estimação acurada dos parâmetros.

Vale ressaltar também que o processo de otimização por grid-search selecionou o valor máximo de `window_size` dentro do intervalo estipulado, trazendo incertezas acerca de sua real optimalidade, visto que se encontra no limite da faixa de busca.

Para essa inferência, a dinâmica do parâmetro de ordem r está demonstrada na Figura 22:

Figura 22: Parâmetro de Ordem dos osciladores (Inferência de longo prazo).



Fonte: dados da pesquisa.

Aqui é visível a diferença do r real para o simulado, enquanto o real teve média de 0.80, o simulado obteve uma média de 0.60, apresentando uma diferença de 0.20. Isso reforça a hipótese que para essa janela, a dinâmica de sincronia entre os osciladores não conseguiu ser identificada de forma eficiente.

6.2.4. Inferências de Curto e Longo Prazo: Equações Aproximadas

Dos relatórios de inferência dinâmica obtivemos os seguintes parâmetros médios arredondados (barra) em curto prazo:

$$\begin{aligned} \bar{\omega}_1 &= 0.01, & \bar{\omega}_2 &= 0.01, & \bar{\omega}_3 &= 0.02, \\ \bar{A}_{11} &= -0.01, & \bar{B}_{12} &= 0.02, & \bar{B}_{13} &= 0.03, \\ \bar{B}_{21} &= 0.02, & \bar{B}_{23} &= 0.01, & \bar{B}_{31} &= 0.01, & \bar{B}_{32} &= -0.01 \end{aligned}$$

Assim, as equações de fase aproximadas em curto prazo são

$$\begin{aligned}\frac{d\phi_1}{dt} &= 0.01 - 0.01 \sin(\phi_1) + 0.02 \sin(\phi_2 - \phi_1) + 0.03 \sin(\phi_3 - \phi_1) + \sqrt{E_1} \xi_1(t) \\ \frac{d\phi_2}{dt} &= 0.01 + 0.02 \sin(\phi_1 - \phi_2) + 0.01 \sin(\phi_3 - \phi_2) + \sqrt{E_2} \xi_2(t) \\ \frac{d\phi_3}{dt} &= 0.02 + 0.01 \sin(\phi_1 - \phi_3) - 0.01 \sin(\phi_2 - \phi_3) + \sqrt{E_3} \xi_3(t)\end{aligned}$$

Em curto prazo, além das frequências naturais, aparece um leve auto-acoplamento negativo em ϕ_1 ($\bar{A}_{11} < 0$) que atua como amortecimento, e acoplamentos de fase positivos B_{12} , B_{13} , B_{21} , B_{23} , B_{31} e negativo B_{32} , sugerindo influências mútuas modestas mas não negligenciáveis entre todos os pares de séries em escalas mensais a trimestrais.

Em longo prazo (janelas de até 504 dias) os únicos acoplamentos não-nulos foram

$$\bar{\omega}_1 = \bar{\omega}_2 = \bar{\omega}_3 = 0.02, \quad \bar{B}_{12} = -0.01, \quad \bar{B}_{21} = +0.01$$

e as equações aproximadas ficaram

$$\begin{aligned}\frac{d\phi_1}{dt} &= 0.02 - 0.01 \sin(\phi_2 - \phi_1) + \sqrt{E_1} \xi_1(t) \\ \frac{d\phi_2}{dt} &= 0.02 + 0.01 \sin(\phi_1 - \phi_2) + \sqrt{E_2} \xi_2(t) \\ \frac{d\phi_3}{dt} &= 0.02 + \sqrt{E_3} \xi_3(t)\end{aligned}$$

Em escalas anuais, apenas grão (1) e farelo (2) exibem um fraco acoplamento harmônico de fase (sinal oposto em B_{12} e B_{21}), refletindo a relação estrutural de mercado entre esses dois produtos, enquanto o óleo (3) permanece independente.

Interpretação comparativa:

No curto prazo, todos os três contratos (grão, farelo e óleo) exibem acoplamentos mútuos: o termo $\bar{B}_{13} = 0.03$ sugere que o óleo de soja influencia moderadamente a fase do grão, enquanto $\bar{B}_{32} = -0.01$ indica uma franca ação contrária do farelo sobre o óleo. Essas interações cruzadas refletem ajustes de curto ciclo (mensais/trimestrais) entre os mercados.

Já no longo prazo, apenas a interação grão–farelo subsiste: o óleo de soja se comporta como um oscilador praticamente independente, com dinâmica determinada exclusivamente por sua frequência natural média $\bar{\omega}_3$. Isso indica que, em escalas anuais/bianuais, as variações de preço do óleo decouplam-se dos demais, enquanto soja e farelo mantêm um vínculo de fase estável — plausivelmente devido à sua cadeia produtiva integrada.

Essas equações médias aproximadas enfatizam que os mecanismos de sincronização mudam de acordo com a escala temporal considerada, capturando tanto ajustes rápidos de mercado quanto tendências de longo prazo.

Curtíssimo prazo: múltiplos acoplamentos bilaterais de sinais variados indicam que, em horizontes mensais/trimestrais, choques de oferta, demanda e sazonalidades locais geram influências mútuas dinâmicas entre todas as três séries.

Longo prazo: só persiste o acoplamento recíproco grão–farelo, pois flutuações de curtíssimo prazo se diluem, e sobressai a sincronia estrutural da cadeia produtiva soja → farelo.

Em suma, os resultados sugerem que as interações de fase na cadeia soja–farelo–óleo ocorrem predominantemente em escalas trimestrais a semestrais, enquanto as dinâmicas em escala anual comportam-se como três osciladores quase independentes. Tal interpretação pode informar estratégias de *hedge* e previsão que distingam mecanismos de curto prazo (promoções, ajustes logísticos) de tendências de longo prazo (oferta conjuntural e demanda global).

7. CONCLUSÕES

As análises conduzidas demonstraram que o método *Mask Sift* demonstrou ser mais eficiente em relação às outras abordagens estudadas (EMD tradicional, EEMD e CEEMD), fornecendo uma decomposição mais clara e precisa das frequências relacionadas aos ciclos periódicos presentes nos preços futuros das *commodities* agrícolas analisadas (soja, milho e algodão). Essa eficácia é decorrente do uso de máscaras específicas, que minimizam significativamente a mistura modal, garantindo melhor resolução e separação clara dos ciclos relevantes para a análise econômica e financeira.

Por meio da Transformada de Hilbert-Huang, foi possível detalhar como eventos históricos impactaram as *commodities* em múltiplas escalas temporais (trimestral, semestral e anual). Verificou-se que choques pontuais, como eventos climáticos extremos ou mudanças abruptas nas políticas comerciais, geram impactos imediatos predominantemente nas escalas trimestrais e semestrais. Por outro lado, eventos estruturais ou crises globais (como pandemias ou grandes crises econômicas) produzem efeitos prolongados (com exceção do algodão), claramente observáveis nas escalas anuais, refletindo mudanças duradouras na dinâmica de mercado.

A análise multifrequencial revelou camadas ocultas nas séries temporais financeiras, permitindo uma compreensão detalhada dos mecanismos de propagação e duração dos impactos econômicos decorrentes dos choques. Esse tipo de abordagem oferece benefícios significativos

para gestores financeiros e investidores, pois proporciona informações cruciais para diferenciação entre oscilações transitórias, que podem ser gerenciadas com estratégias de curto prazo, e alterações estruturais, que exigem adaptação estratégica e planejamento mais amplo.

Os resultados indicam ainda que futuras pesquisas poderiam avançar na integração dessas metodologias com técnicas avançadas de *machine learning*, visando melhorar ainda mais a precisão na previsão e na gestão estratégica de riscos em contextos de volatilidade e incerteza nos mercados de *commodities*. Adicionalmente, sugere-se investigar a sincronização dos preços das *commodities* em períodos de crises globais, utilizando as fases obtidas pela transformada de Hilbert-Huang em múltiplas escalas temporais, para compreender melhor a dinâmica conjunta e as possíveis interdependências entre diferentes mercados durante eventos disruptivos.

Em conclusão, os resultados demonstram que a escolha do comprimento da janela de inferência exerce impacto direto na capacidade de capturar a dinâmica oscilatória subjacente às séries de preços de *commodities*. Janelas de menor duração proporcionam maior resolução temporal, permitindo identificar com precisão as relações de acoplamento entre os osciladores e reproduzir padrões de sincronização de forma mais fidedigna.

A média do parâmetro de ordem de Kuramoto real ($r = 0,80$) e a média simulada ($r = 0,60$), com diferença de 0,20, evidenciaram uma defasagem consistente na resposta do modelo inferido com janela de longo prazo. Esse atraso reforça a hipótese de que janelas mais amplas introduzem efeito de “memória retardada”, suavizando e postergando a captura de variações transitórias de sincronismo. Assim, uma janela de curto prazo não apenas melhora a identificação da dinâmica oscilatória, mas também reduz o viés temporal entre os parâmetros de ordem real e simulado, servindo como métrica de eficiência para a configuração da inferência bayesiana dinâmica.

Por fim, as interações de fase entre soja, farelo e óleo se manifestam com maior intensidade em horizontes trimestrais e semestrais, refletindo ajustes mútuos dinâmicos dessas três cadeias de preço. Já em escala bianual de inferência, cada *commodity* tende a oscilar de forma quase independente, evidenciando que os choques de curto prazo se sobrepõem às tendências de longo prazo. Essa distinção entre osciladores acoplados em janelas mais curtas e quase autônomos em janelas mais amplas oferece um critério prático para diferenciar mecanismos de curto prazo (promoções, flutuações sazonais) de movimentos estruturais de mercado (oferta conjuntural e demanda global).

Como continuidade da primeira etapa desta pesquisa, sugere-se a incorporação de variáveis exógenas como a taxa de câmbio e preços internacionais de petróleo, visando aprofundar a análise de choques em diferentes escalas temporais. Na segunda etapa, propõe-se ampliar o escopo para incluir preços físicos dos derivados da soja, permitindo comparar dinâmicas *spot* e futuras. A partir desses avanços, torna-se viável desenvolver estratégias de *hedge* baseadas nos padrões de acoplamento e sincronização identificados.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AROUXET, M. Belén et al. Time-frequency co-movements between commodities and global economic policy uncertainty across different crises. *Heliyon*, v. 10, n. 14, 2024.

AGUDZE, Komla M. et al. Markov switching panel with endogenous synchronization effects. *Journal of Econometrics*, v. 230, n. 2, p. 281–298, 2022.

BARCHART. *Futures Overview* [online]. Chicago, 2025. Disponível em: <https://www.barchart.com/futures>. Acesso em: 09 jul. 2025.

BENDER FILHO, Reisoli; CALLEGARO, Guilherme. Uso de *Hedge* no mercado da soja no Mato Grosso: análise das praças de Primavera do Leste e Sorriso. *Revista em Agronegócio e Meio Ambiente*, v. 15, n. 4, p. 1-19, 2022.

BOGEH, Cho Kien; BOZCUK, Aslihan Ersoy. Impact of oil price shocks on stock returns in Turkey: A sectoral analysis based on Hilbert-Huang transform and event study. *Journal of Accounting, Finance and Auditing Studies*, v. 7, 2021.

BOONS, Martijn; PRADO, Melissa Porras. Basis-momentum. *The Journal of Finance*, v. 74, n. 1, p. 239–279, 2019.

CALVIA, Massimiliano. Beef, lamb, pork and poultry meat commodity prices: Historical fluctuations and synchronisation with a focus on recent global crises. *Agricultural Economics (Czech Republic)*, v. 70, n. 1, p. 24-33, 2024.

CAPORALE, Guglielmo Maria; GIL-ALANA, Luis; PLASTUN, Alex. Long memory and data frequency in financial markets. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, v. 89, n. 10, p. 1763-1779, 2019.

CME GROUP. *Soybean Futures Contract Specifications* [online]. Chicago, 2025. Disponível em: <https://www.cmegroup.com/trading/agricultural/grain-and-oilseed/soybean.html>. Acesso em: 09 jul. 2025.

CROWLEY, Patrick M. A guide to wavelets for economists. *Journal of Economic Surveys*, v. 21, n. 2, p. 207-267, 2007.

CROWLEY, Patrick M. How do you make a time series sing like a choir? Extracting embedded frequencies from economic and financial time series using empirical mode decomposition. *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*, v. 16, n. 5, 2012.

DEERING, Ryan; KAISER, James F. The use of a masking signal to improve empirical mode decomposition. In: *Proceedings.(ICASSP'05). IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, v. 4, 2005.

DEZHKAM, Arsalan; MANZURI, Mohammad Taghi. Forecasting stock market for an efficient portfolio by combining XGBoost and Hilbert–Huang transform. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, v. 118, p. 105626, 2023.

DUGGENTO, Andrea et al. Inferential framework for nonstationary dynamics. II. Application to a model of physiological signaling. *Physical Review E—Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, v. 77, n. 6, p. 061106, 2008.

DUGGENTO, Andrea et al. Dynamical Bayesian inference of time-evolving interactions: From a pair of coupled oscillators to networks of oscillators. *Physical Review E—Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, v. 86, n. 6, p. 061126, 2012.

EDERINGTON, Louis H. et al. Dynamics of arbitrage. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v. 56, n. 4, p. 1350–1380, 2021.

EMBRAPA – Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária. Página inicial [online]. Brasília: Embrapa, 2025. Disponível em: <https://www.embrapa.br>. Acesso em: 26 jul. 2025.

FIORITI, Vincenzo; CHINNICI, Marta. The synchronization of Kuramoto oscillator networks: forecasting financial index critical points. In: *INVIT*, 2012. p. 92-95.

GE, Hengqing et al. Theoretical analysis of empirical mode decomposition. *Symmetry*, v. 10, n. 11, p. 623, 2018.

- GUHATHAKURTA, Kousik; MUKHERJEE, Indranil; CHOWDHURY, A. Roy.** Empirical mode decomposition analysis of two different financial time series and their comparison. *Chaos, Solitons & Fractals*, v. 37, n. 4, p. 1214-1227, 2008.
- HAN, Qing Bin; SHI, Hai Li.** Comparison on turnovers of agricultural products futures based on Hilbert-Huang transform. *Advanced Materials Research*, v. 989, p. 2713-2718, 2014.
- HONG, Hong; WANG, Xinlong; TAO, Zhiyong.** Local integral mean-based sifting for empirical mode decomposition. *IEEE Signal Processing Letters*, v. 16, n. 10, p. 841-844, 2009.
- HUANG, Norden E.; SHEN, Zheng; LONG, Steven R.** A new view of nonlinear water waves: the Hilbert spectrum. *Annual Review of Fluid Mechanics*, v. 31, n. 1, p. 417-457, 1999.
- HUANG, Norden E. et al.** The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, v. 454, n. 1971, p. 903-995, 1998.
- HUANG, Norden E. et al.** Applications of Hilbert–Huang transform to non-stationary financial time series analysis. *Applied Stochastic Models in Business and Industry*, v. 19, n. 3, p. 245-268, 2003.
- HUANG, Norden E. et al.** On instantaneous frequency. *Advances in Adaptive Data Analysis*, v. 1, n. 02, p. 177-229, 2009.
- ICE FUTURES U.S. Cotton No. 2 Futures Contract Specifications** [online]. New York, 2025. Disponível em: <https://www.theice.com/products/265/Cotton-No-2-Futures>. Acesso em: 09 jul. 2025.
- IKEDA, Yuichi.** An interacting agent model of economic crisis. In: *Complexity, Heterogeneity, and the Methods of Statistical Physics in Economics: Essays in Memory of Masanao Aoki*. Springer Singapore, 2020. p. 231-252.
- INVESTING.COM.** *US Soybean Meal Futures Historical Data* [online]. S.l.: Investing.com, 2025. Disponível em: <https://www.investing.com/commodities/us-soybean-meal-historical-data>. Acesso em: 08 fev. 2025.
- IZHIKEVICH, Eugene M.** Phase equations for relaxation oscillators. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, v. 60, n. 5, p. 1789-1804, 2000.

- JAHANSHAH, Hadi et al.** A financial hyperchaotic system with coexisting attractors: Dynamic investigation, entropy analysis, control and synchronization. *Chaos, Solitons & Fractals*, v. 126, p. 66-77, 2019.
- JUNG, Nam et al.** Fractality and multifractality in a stock market's nonstationary financial time series. *Journal of the Korean Physical Society*, v. 77, n. 3, p. 186-196, 2020.
- KRALEMANN, Björn et al.** Phase dynamics of coupled oscillators reconstructed from data. *Physical Review E—Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, v. 77, n. 6, p. 066205, 2008.
- KO, Dongnam et al.** Collective behaviors of stochastic agent-based models and applications to finance and optimization. *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, v. 33, n. 07, p. 1373-1436, 2023.
- KURAMOTO, Yoshiki.** *Chemical oscillations, waves, and turbulence*. Springer Series in Synergetics. Springer-Verlag, Berlin, 1984.
- LEUNG, Tim; ZHAO, Theodore.** Financial time series analysis and forecasting with Hilbert–Huang transform feature generation and machine learning. *Applied Stochastic Models in Business and Industry*, v. 37, n. 6, p. 993-1016, 2021.
- LI, Chen et al.** Extraction of time varying information from noisy signals: An approach based on the empirical mode decomposition. *Mechanical Systems and Signal Processing*, v. 25, n. 3, p. 812-820, 2011.
- LI, Yi; HAN, Huijing; LI, Yaqin.** A new HHT-based denoising algorithm for financial time series data mining. In: *2019 IEEE 8th Joint International Information Technology and Artificial Intelligence Conference (ITAIC)*. IEEE, 2019. p. 397-401.
- LIU, Yi; AN, Hao; BIAN, Shuangshuang.** Hilbert-Huang transform and the application. In: *2020 IEEE International Conference on Artificial Intelligence and Information Systems (ICAIS)*. IEEE, 2020. p. 534-539.
- LIU, Kai et al.** A Bayesian approach for online inertia estimation of synchronous and nonsynchronous generators. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, v. 73, p. 1-12, 2024.

LUCHINSKY, Dmitri G. et al. Inferential framework for nonstationary dynamics. I. Theory. *Physical Review E—Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, v. 77, n. 6, p. 061105, 2008.

MACROTRENDS. *Commodity prices* [online]. Disponível em: <https://www.macrotrends.net/charts/commodities>. Acesso em: 21 fev. 2025.

MAO, Qianqian; REN, Yanjun; LOY, Jens-Peter. Nonlinear price transmission and asynchronous price bubbles: empirical evidence from China's agricultural futures and spot markets. *Journal of Applied Economics*, v. 27, n. 1, p. 2369441, 2024.

MENDES, Judas Tadeu Grassi; LARSON, Donald W. Análise econômica de estratégias de comercialização da soja sob condições de risco. *Revista de Economia e Sociologia Rural*, v. 20, n. 2, p. 175-192, 2020.

NAVA, Noemi; DI MATTEO, Tiziana; ASTE, Tomaso. Time-dependent scaling patterns in high frequency financial data. *The European Physical Journal Special Topics*, v. 225, n. 10, p. 1997-2016, 2016.

NAVA, Noemi; DI MATTEO, Tiziana; ASTE, Tomaso. Anomalous volatility scaling in high frequency financial data. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 447, p. 434-445, 2016.

OH, Hee-Seok; SUH, Jeong-Ho; KIM, Dong-Hoh. A multi-resolution approach to non-stationary financial time series using the Hilbert–Huang transform. *The Korean Journal of Applied Statistics*, v. 22, n. 3, p. 499-513, 2009.

PIKOVSKY, Arkady et al. A universal concept in nonlinear sciences. *Self*, v. 2, n. 3, p. 10.1017, 2001.

PINTO, Pedro Dias. Termodinâmica e criticalidade dos estados de sincronização de osciladores de fase acoplados. 2016.

PINTO, P. D.; PENNA, A.; OLIVEIRA, F. A. Critical behavior of noise-induced phase synchronization. *EPL (Europhysics Letters)*, v. 117, n. 5, p. 50009–50009, 1 mar. 2017.

PINTO, Pedro D.; OLIVEIRA, Fernando A.; PENNA, Andre L. A. Thermodynamics aspects of noise-induced phase synchronization. *Physical Review E*, v. 93, n. 5, p. 052220, 2016.

PINTO, Pedro D. *DynaBayes* v. 0.1.0 [online]. S.l.: PyPI – Python Package Index, 2025. Disponível em: <https://pypi.org/project/dynabayes/>. Acesso em: 01 jul. 2025.

PRUDENTE DE ALCÂNTARA E SILVA, P.; GIORNO, J. Business cycles, stock market and monetary policy in Brazil. *Brazilian Review of Finance*, [S.l.], v. 23, n. 1, p. e202501, 2025. DOI: 10.12660/rbfin.v23n1.2025.92566. Disponível em: <https://periodicos.fgv.br/rbfin/article/view/92566>. Acesso em: 17 jul. 2025.

QUINN, Andrew J. et al. EMD: Empirical mode decomposition and Hilbert-Huang spectral analyses in Python. *Journal of Open Source Software*, v. 6, n. 59, p. 2977, 2021.

RADHAKRISHNAN, Srinivasan et al. Phase synchronization based minimum spanning trees for analysis of financial time series with nonlinear correlations. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 444, p. 259-270, 2016.

RAS, Anish et al. Detection and forecasting of extreme events in stock price triggered by fundamental, technical, and external factors. *Chaos, Solitons & Fractals*, v. 173, p. 113716, 2023.

ROSENBLUM, Michael; PIKOVSKY, Arkady. Inferring connectivity of an oscillatory network via the phase dynamics reconstruction. *Frontiers in Network Physiology*, v. 3, p. 1298228, 2023.

STANKOVSKI, Tomislav et al. Inference of time-evolving coupled dynamical systems in the presence of noise. *Physical Review Letters*, v. 109, n. 2, p. 024101, 2012.

STANKOVSKI, Tomislav et al. A tutorial on time-evolving dynamical Bayesian inference. *The European Physical Journal Special Topics*, v. 223, n. 13, p. 2685-2703, 2014.

STANKOVSKI, Tomislav et al. Coupling functions in networks of oscillators. *New Journal of Physics*, v. 17, n. 3, p. 035002, 2015.

STANKOVSKI, Tomislav et al. Neural cross-frequency coupling functions. *Frontiers in Systems Neuroscience*, v. 11, p. 33, 2017.

STROGATZ, Steven H. From Kuramoto to Crawford: exploring the onset of synchronization in populations of coupled oscillators. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, v. 143, n. 1-4, p. 1-20, 2000.

SUVAK, Önder; DEMIR, Alper. On phase models for oscillators. *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, v. 30, n. 7, p. 972-985, 2011.

- TORRES, María E. et al.** A complete ensemble empirical mode decomposition with adaptive noise. In: *2011 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*. IEEE, 2011. p. 4144-4147.
- WU, M. et al.** Phase statistics approach to time series analysis. *Journal-Korean Physical Society*, v. 50, n. 1, p. 304, 2007.
- WU, Zhaohua; HUANG, Norden E.** Ensemble empirical mode decomposition: a noise-assisted data analysis method. *Advances in Adaptive Data Analysis*, v. 1, n. 01, p. 1-41, 2009.
- XU, Yijun et al.** An adaptive Bayesian parameter estimation of a synchronous generator under gross errors. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, v. 16, n. 8, p. 5088-5098, 2019.
- YAYA, OlaOluwa S. et al.** How fearful are Commodities and US stocks in response to Global fear? Persistence and Cointegration analyses. *Resources Policy*, v. 74, p. 102273, 2021.
- YIN, Huibing et al.** Synchronization of coupled oscillators is a game. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 57, n. 4, p. 920-935, 2011.
- YANG, Chun-Xia et al.** Phase synchronization detection of financial market crises. *Modern Physics Letters B*, v. 25, n. 04, p. 243-254, 2011.
- YANG, Pengbo; SHANG, Pengjian; LIN, Aijing.** Financial time series analysis based on effective phase transfer entropy. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 468, p. 398-408, 2017.
- YANG, Li; ZHAO, Longfeng; WANG, Chao.** Portfolio optimization based on empirical mode decomposition. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 531, p. 121813, 2019.
- ZHENG, Zunxin; ZHANG, Gaiyan; NI, Yingzhao.** Financial regulatory arbitrage and the financialization of commodities. *Journal of Futures Markets*, v. 44, n. 5, p. 826–853, 2024.