



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO OESTE DA BAHIA
CENTRO DAS CIÊNCIAS EXATAS E DAS TECNOLOGIAS
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL DE VIGAS EM CONCRETO
ARMADO UTILIZANDO O MÉTODO DOS ALGORITMOS
GENÉTICOS**

ALEFF RODRIGUES DO NASCIMENTO

BARREIRAS - BA

JUNHO - 2023

ALEFF RODRIGUES DO NASCIMENTO

**OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL DE VIGAS EM CONCRETO
ARMADO UTILIZANDO O MÉTODO DOS ALGORITMOS
GENÉTICOS**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao curso de Engenharia Civil da
Universidade Federal do Oeste da Bahia como
requisito à obtenção do grau de Engenheiro Civil.

Orientador: D.Sc Pedro Cláudio dos Santos Vieira

BARREIRAS - BA

JUNHO - 2023

FICHA CATALOGRÁFICA

N244 Nascimento, Aleff Rodrigues do.

Otimização estrutural de vigas em concreto armado utilizando o método dos algoritmos genéticos. / Aleff Rodrigues do Nascimento – 2023.

102f.: il.

Orientador: Prof. Dr. Pedro Cláudio dos Santos Vieira.

Monografia (Graduação) – Bacharelado em Engenharia Civil.
Universidade Federal do Oeste da Bahia. Centro das Ciências Exatas e das Tecnologias. Barreiras, BA, 2023.

1. Otimização estrutural. 2. Viga de concreto armado. I. Vieira, Pedro Cláudio dos Santos. II. Universidade Federal do Oeste da Bahia – Centro das Ciências Exatas e das Tecnologias. III. Título.

CDD 624.17713

Biblioteca Central de Barreiras - UFOB

ALEFF RODRIGUES DO NASCIMENTO

**OTIMIZAÇÃO ESTRUTURAL DE VIGAS EM CONCRETO
ARMADO UTILIZANDO O MÉTODO DOS ALGORITMOS
GENÉTICOS**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE
CURSO APRESENTADO AO CURSO DE
ENGENHARIA CIVIL DA UNIVERSIDADE
FEDERAL DO OESTE DA BAHIA, COMO
REQUISITO À OBTENÇÃO DO GRAU DE
ENGENHEIRO CIVIL.

Aprovado em 28 de junho de 2023

Banca Examinadora

Orientador:

D.Sc Pedro Cláudio dos Santos Vieira
Universidade Federal do Oeste Da Bahia

D.Sc Elier Pavón De La Fé
Universidade Federal do Oeste Da Bahia

D.Sc Kleymilson do Nascimento Souza
Universidade Federal Do Oeste Da Bahia

Dedico este trabalho ao Grande Simiromba de Deus e aos meus familiares que me auxiliaram durante toda esta jornada.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus, criador de todas as coisas, por ter me concedido essa feliz oportunidade de desenvolver este trabalho.

Aos meus familiares, principalmente à minha mãe Nercília M. das Chagas, ao meu pai Germano R. do Nascimento e ao meu irmão Iure das Chagas, que me apoiaram incessantemente na continuação dos meus estudos e na superação das dificuldades que surgiram ao longo do caminho.

À minha namorada, Larissa Lisboa, por me apoiar e acreditar no meu potencial, chegando em um dos momentos mais importantes e decisivos da minha vida.

Ao professor Pedro Cláudio dos Santos Vieira por me orientar e me inspirar no mundo das estruturas e da programação.

A todos os professores da UFOB que contribuíram diretamente e indiretamente para a minha formação, em especial aos professores Elier Pavón, Oisy Hernández, Pedro Paulo, Cláudio Alex, Dennis Cruz, Vinícius Kuhn, Eduardo Reis e Tamila Marques.

Aos professores da banca examinadora que se dispuseram do seu tempo para avaliar o meu trabalho.

A todos os meus amigos que, de alguma forma, contribuíram para a minha formação.

Ao Centro das Ciências Exatas e das Tecnologias (CCET) da Universidade Federal do Oeste da Bahia (UFOB), por ter proporcionado condições de desenvolver este trabalho.

RESUMO

O trabalho em questão busca avaliar a eficiência do Algoritmo Genético como uma ferramenta auxiliar de pré-dimensionamento estrutural de vigas de concreto armado biapoiadas, e submetidas a carregamentos distribuídos uniformes. O algoritmo desenvolvido, denominado AG_VIGA, busca minimizar o valor da altura útil e da área de aço pelo método dos algoritmos genéticos, atendendo às restrições impostas pelo estado limite último e pelo estado limite de serviço para deformações excessivas exigidas pela norma NBR 6118:2014. Foram validados os resultados através de comparações com seis problemas existentes na literatura de diferentes autores. Após validado, o AG_VIGA desenvolvido é utilizado para reduzir os custos de concreto, aço e fôrma necessários para a confecção de uma viga de concreto armado de uma residência de alto padrão.

Palavras-chave: otimização estrutural; viga de concreto armado; redução de custos; Algoritmos Genéticos.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Diagrama tensão-deformação idealizado.....	20
Figura 2 - Retração do concreto.	21
Figura 3 - Deformação ao longo do tempo do concreto.	21
Figura 4 - Diagrama tensão-deformação do aço CA-50.....	23
Figura 5 - Perspectiva de uma viga em concreto armado.....	32
Figura 6 - Domínios de estado-limite último de uma seção transversal.....	33
Figura 7 - Vão efetivo de viga.	35
Figura 8 - Espaçamentos livres mínimos entre as faces das barras de aço longitudinais.	37
Figura 9 - Diagramas $\sigma \times \varepsilon$ parábola-retângulo e retangular simplificado para distribuição de tensões de compressão no concreto, para concretos do Grupo I de resistência ($f_{ck} \leq$ $50 MPa$).	37
Figura 10 - Seções onde a largura não diminui da linha neutra em direção à borda comprimida.....	38
Figura 11 - Distribuição de tensões e deformações em viga de seção retangular com armadura dupla, para concretos do Grupo I.	38
Figura 12 - Discretização de diferentes sólidos e estruturas com elementos finitos.	47
Figura 13 - Exemplo de soluções locais e globais.....	49
Figura 14 - Cromossomo composto por 5 genes ocupados por alelos binários com o locus variando de 0 a 4.....	50
Figura 15 - representação do método de seleção da roleta para uma população com 4 indivíduos.	56
Figura 16 - Crossover de um ponto de corte.	58
Figura 17 - Processo de mutação de um gene de um cromossomo.	59
Figura 18 - Fluxograma de um Algoritmo Genético.	61
Figura 19 - Vista isométrica estrutural de uma residência de alto padrão.....	63
Figura 20 - Níveis das plantas estruturais.....	63
Figura 21 - Planta de fôrma do nível da sala.	64
Figura 22 – Cotas da planta de fôrma correspondente ao nível da sala de estar.	64
Figura 23 - Modelo analítico da estrutura.	65
Figura 24 - Demonstração de aplicação das cargas da varanda 1 no software Robot....	66
Figura 25 – Diagrama do momento fletor para o ELU.....	66

Figura 26 - Diagrama momento fletor para o ELS.....	67
Figura 27 - Fluxograma do funcionamento do AG_VIGA.	68
Figura 28 – Aptidões dos indivíduos na geração 250.....	89
Figura 29 - Aptidões dos indivíduos na geração 500.	90
Figura 30 - Aptidão por geração da terceira solução do AG_VIGA.....	91
Figura 31 - Custo por geração da terceira solução do AG_VIGA.....	91
Figura 32 - Detalhamento da seção transversal.....	92
Figura 33 - Força do vento paralelo a direção X.	100
Figura 34 - Força do vento paralelo a direção Y.	100
Figura 35 – Pasta contendo o código completo do AG_VIGA.....	101
Figura 36 - Tela de entrada de dados.....	101
Figura 37 - Continuação da tela de entrada de dados.....	101
Figura 38 - Arquivo de saída de dados do Excel.....	102
Figura 39 - Flecha imediata no estádio I referente ao problema 3.	102
Figura 40 - Flecha imediata no estádio I referente ao problema 4.	102

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Classes de resistência de concretos estruturais.....	18
Tabela 2 - Propriedades mecânicas dos aços.....	22
Tabela 3 - Classes de agressividade ambiental (CAA).....	24
Tabela 4 - Correspondência entre a classe de agressividade e a qualidade do concreto.	24
Tabela 5 - Correspondência entre a classe de agressividade ambiental e o cobrimento nominal para $\Delta c = 10 \text{ mm}$	25
Tabela 6 - Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura, em função das classes de agressividade ambiental.....	26
Tabela 7 - Valores dos coeficientes γ_c e γ_s	27
Tabela 8 - Coeficiente $\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f3}$	29
Tabela 9 - Valores do coeficiente γ_{f2}	29
Tabela 10 - Combinações de serviço.....	31
Tabela 11 - Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas.....	35
Tabela 12 - Valores limites para deslocamentos.	42
Tabela 13 - Coeficientes para cálculo da flecha elástica.	43
Tabela 14 - Detalhamento dos indivíduos da população inicial.....	53
Tabela 15 - Resumo da função avaliação.	55
Tabela 16 - Seleção via roleta viciada.	57
Tabela 17 - Resumo da metodologia empregada.	62
Tabela 18 - Resumo de todas as cargas aplicadas na edificação.	65
Tabela 19 - custos que serão utilizadas na função objetivo.....	71
Tabela 20 - Comparação dos momentos gerados no AG_VIGA com a literatura.	84
Tabela 21 - Comparação das deformações obtidas no AG_VIGA com o Ftool e a literatura.....	84
Tabela 22 - Comparação da taxa de armadura máxima e armadura mínima do AG_VIGA com literatura.....	85
Tabela 23 - Resultados do AG_VIGA, correspondente aos problemas do 3 ao 6.	85
Tabela 24 - Continuação dos resultados do AG_VIGA, correspondente aos problemas do 3 ao 6.	86
Tabela 25 - Soluções obtidas pelo AG_VIGA.....	88
Tabela 26 - Continuação das soluções obtidas pelo AG_VIGA.	88
Tabela 27 - Valores característicos nominais das cargas variáveis.	98

Tabela 28 - Forças horizontais em guarda-corpos e outras barreiras destinadas à proteção de pessoas.	98
Tabela 29 - Revestimentos de pisos e impermeabilizações.....	99
Tabela 30 - Custo unitário dos insumos necessários para confecção de uma viga em CA.	99

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	15
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO	15
1.2	JUSTIFICATIVA	16
1.3	OBJETIVOS	16
1.3.1	Geral	16
1.3.2	Específicos	16
2	REVISÃO DE LITERATURA	17
2.1	ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO.....	17
2.1.1	Módulo de elasticidade do concreto.....	19
2.1.2	Diagrama tensão-deformação do concreto à compressão.....	20
2.1.3	Deformações do concreto	21
2.1.4	Aços para concreto armado.....	22
2.1.5	Durabilidade das estruturas de concreto armado	24
2.1.6	Segurança e estados-limites	26
2.1.7	Ações nas estruturas de concreto armado.....	28
2.1.8	Combinações das ações	30
2.2	VIGAS DE CONCRETO ARMADO	32
2.2.1	Domínios de deformação na seção transversal 2, 3 e 4	33
2.2.2	Vãos efetivos de vigas	34
2.2.3	Armaduras longitudinais mínimas	35
2.2.4	Armadura longitudinal máxima	36
2.2.5	Espaçamento livre entre as faces das barras longitudinais	36
2.2.6	Diagrama tensão deformação simplificado	37
2.2.7	Equações de equilíbrio	38
2.2.8	Verificação do estado limite de deformação excessiva.....	42
2.2.9	Função custo	45

2.3	MODELAGEM E ANÁLISE ESTRUTURAL	46
2.3.1	Modelagem estrutural.....	46
2.3.2	Análise de estruturas.....	46
2.4	OTIMIZAÇÃO VIA ALGORITIMOS GENÉTICOS	48
2.4.1	Terminologia.....	50
2.4.2	Representação cromossomial	51
2.4.3	População inicial.....	53
2.4.4	Função de avaliação	54
2.4.5	Critérios de parada	55
2.4.6	Seleção	55
2.4.7	Operadores genéticos	57
2.4.8	Reintegração elitista e módulo de população.....	60
3	MATERIAIS E MÉTODOS.....	62
3.1	MODELAGEM DA ESTRUTURA	62
3.2	ANÁLISE DA ESTRUTURA	65
3.3	OTIMIZAÇÃO DA VIGA VIA ALGORITIMO GENÉTICO	67
3.3.1	Desenvolvimento da função objetivo	69
3.3.2	Determinação dos parâmetros de entrada da função objetivo.....	70
3.3.3	Determinação do domínio da função objetivo	71
3.3.4	Desenvolvimento das restrições.....	72
3.3.5	Desenvolvimento da função penalidade	79
3.3.6	Desenvolvimento da função avaliação	80
3.4	PROBLEMAS PARA VALIDAÇÃO E OTIMIZAÇÃO	80
3.4.1	Problema 1	81
3.4.2	Problema 2	81
3.4.3	Problema 3	81
3.4.4	Problema 4	82
3.4.5	Problema 5	82
3.4.6	Problema 6	82

3.4.7	Problema 7	82
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	84
4.1	VALIDAÇÃO DA ROTINA RESTRIÇÃO	84
4.1.2	Validação do momento fletor	84
4.1.3	Validação da deformação	84
4.1.4	Validação da taxa de armadura máxima e armadura mínima	85
4.2	VALIDAÇÃO DO AG_VIGA	85
4.2.1	Análise do problema 3.....	86
4.2.2	Análise do problema 4.....	87
4.2.3	Análise do problema 5.....	87
4.2.4	Análise do problema 6.....	87
4.3	OTIMIZAÇÃO DO CUSTO DE UMA VIGA DE CONCRETO ARMADO PERTENCENTE A UMA RESIDÊNCIA DE ALTO PADRÃO	88
4.3.2	Detalhamento e custo real.....	91
5	CONCLUSÕES.....	93
5.1	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	93
5.2	RECOMENDAÇÕES	93
6	REFERÊNCIAS.....	94
	ANEXO A	98
	APÊNDICE A.....	100

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

O processo de elaboração de um projeto estrutural de edificações atualmente consiste basicamente nas etapas de concepção, análise e dimensionamento, ficando a etapa de otimização geralmente em função da perícia do engenheiro estrutural.

A concepção estrutural busca adequar o sistema estrutural escolhido ao projeto arquitetônico, seguido de um pré-dimensionamento, podendo ser utilizados softwares para a realização da modelagem estrutural e posteriormente ser exportado o modelo analítico para a realização da análise.

A etapa do dimensionamento, resumidamente, consiste em verificar se as dimensões pré-estabelecidas atendem às condições exigidas do estado limite último e do estado limite de serviço.

Todas estas etapas, com exceção da otimização, são bem realizadas por ‘softwares’ já existentes no mercado. De acordo com Vianna (2003), o processo de pré-dimensionamento atualmente depende amplamente da experiência e intuição dos projetistas, sendo realizado por meio de tentativa e erro. Embora os profissionais dessa área sejam altamente qualificados e pequenos erros nessa fase possam ser corrigidos no dimensionamento, esse método geralmente não resulta na estrutura mais econômica. Isso ocorre devido à existência de várias soluções igualmente seguras em termos de qualidade estrutural, mas o tempo disponível para o projetista escolher a opção mais econômica geralmente é limitado.

Ao buscar atender aos critérios estabelecidos em normas, o elemento é dimensionado levando em consideração, geralmente, a resistência. Caso o pré-dimensionamento não resulte em um projeto viável, em que algum critério não possa ser cumprido, é necessário realizar um novo pré-dimensionamento da estrutura e executar uma nova etapa de análise e dimensionamento. Esse processo iterativo continua até que todas as restrições sejam simultaneamente atendidas, evidenciando que o resultado final do projeto depende significativamente da experiência do projetista (OLIVEIRA, 2014)

Nos últimos anos, a técnica dos Algoritmos Genéticos (AGs) tem sido amplamente utilizada e demonstrado alta eficiência em seus resultados como uma ferramenta valiosa na otimização de estruturas (BEZERRA, 2017). Sendo também amplamente utilizados em projetos de redes de abastecimento de água, dosagem de materiais e gerenciamento de trajetos de linha de transporte (OLIVIERI, 2004).

1.2 JUSTIFICATIVA

O concreto é um material construtivo amplamente utilizado em diversas estruturas, desde residências de alvenaria até projetos de grande escala, como rodovias, pontes, edifícios, torres de resfriamento, usinas hidrelétricas e nucleares, obras de saneamento e até plataformas móveis de extração petrolífera. É estimado que o consumo de concreto seja apenas superado pelo consumo de água (IBRACON, 2009).

A crescente urbanização e o rápido crescimento populacional têm gerado uma demanda significativa por recursos naturais, trazendo cada vez mais a preocupação de sua escassez. Daí surge a importância de se construir de forma sustentável, buscando por técnicas que reduzam o desperdício e o consumo de materiais na construção civil, visando minimizar o custo total da obra e os impactos ambientais decorrentes da atividade humana (BEZERRA, 2017).

Dessa forma, é imprescindível buscar por técnicas que otimizem estruturas de concreto armado, trazendo benefícios para o engenheiro projetista na minimização do tempo gasto na elaboração de um projeto estrutural; diminuição do custo da obra para o cliente final; redução dos impactos causados no meio ambiente, principalmente em relação ao consumo de água, emissão de gases provenientes da produção do aço e desmatamento das florestas para a confecção de fôrmas. Contribuindo para construir um futuro mais sustentável e equilibrado para as gerações presentes e futuras.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Geral

Utilizar o método dos algoritmos genéticos para realizar a otimização de vigas de concreto armado, biapoiadas, com carregamento distribuído uniforme, buscando minimizar os custos provenientes do concreto, aço e fôrma, seguindo a norma NBR 6118:2014, atendendo às restrições impostas pelo estado limite último e pelo estado limite de serviço.

1.3.2 Específicos

- Realizar análise estrutural de uma viga de concreto armado, biapoiada, com carregamento distribuído uniforme;
- Implementar um algoritmo de otimização;
- Implementar uma função objetivo;
- Otimizar os custos de uma viga de concreto armado pertencente a uma residência de alto padrão.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Serão identificadas e descritas as principais teorias, conceitos e pesquisas já realizadas sobre o concreto armado (com ênfase nos concretos do grupo I) e os algoritmos genéticos, a fim de sintetizar e organizar o conhecimento existente, de forma a fornecer uma base sólida para o desenvolvimento de um algoritmo de otimização de vigas de concreto armado.

2.1 ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO

O concreto armado é um material compósito, composto por concreto (argamassa + agregado graúdo) e aço. O principal objetivo da utilização do agregado graúdo na confecção do concreto é a diminuição do uso do cimento e, conseqüentemente, a redução do custo. Para fins estruturais, o concreto sozinho não apresenta um bom comportamento, pois geralmente as estruturas estarão sendo submetidas a esforços de compressão e tração, sendo necessário o uso do aço para resistir aos esforços de tração (CHUST; FIGUEIREDO FILHO, 2014).

De acordo com Araújo (2010), a aderência entre o aço e o concreto é essencial para o funcionamento do concreto armado, uma vez que permite que as deformações das barras de aço sejam praticamente iguais às deformações do concreto que as envolve, evitando a ruína brusca da estrutura em caso de esforços de tração, que passam a ser absorvidos pela armadura.

Conforme o item 8.2.3 e 8.2.4 da NBR 6118:2014, podemos considerar o coeficiente de dilatação térmica do concreto e do aço de 10^{-5} . $^{\circ}\text{C}^{-1}$ para efeito de análise estrutural.

Por serem os coeficientes de dilatação térmica do concreto e do aço praticamente idênticos, o que resulta em tensões internas mínimas entre os materiais quando expostos a variações moderadas de temperatura. No entanto, quando a estrutura é exposta a altas temperaturas, como em casos de incêndios, é recomendado um aumento no cobrimento de concreto para minimizar a variação de temperatura nas proximidades das armaduras (ARAÚJO, 2010).

Podemos classificar as estruturas de concreto armado em moldadas no local e pré-moldadas. As moldadas no local, necessita-se de fôrmas (moldes) e escoramento, onde previamente serão colocadas as armaduras com seus espaçadores que posteriormente serão preenchidos pelo concreto. Já as estruturas pré-moldadas são geralmente confeccionadas fora do canteiro de obras, sendo apenas montadas no local definitivo, eliminando a necessidade de fôrmas e escoras. A norma vigente que aborda a execução de estruturas de concreto armado é a NBR 14931 de 2004 (CHUST; FIGUEIREDO FILHO, 2014).

Conforme a NBR 8953:2015, existem dois grupos de concretos a serem usados estruturalmente, que são classificados com base em sua resistência característica à compressão (f_{ck}), como indicado na Tabela 1, em que a letra C representa a classe de concreto seguida pela resistência característica à compressão, em MPa.

Tabela 1 - Classes de resistência de concretos estruturais.

Classe de resistência Grupo I	Resistência característica à compressão MPa	Classe de resistência Grupo II	Resistência característica à compressão MPa
C20	20	C55	55
C25	25	C60	60
C30	30	C70	70
C35	35	C80	80
C40	40	C90	90
C45	45	C100	100
C50	50		

Fonte: Tabela 1 da NBR 8953:2015.

Segundo Bastos (2019a), a resistência à compressão dos concretos é medida por meio de corpos de prova cilíndricos com dimensões específicas, moldados conforme a NBR 5738:2015 e testados de acordo com NBR 5739:2018 em uma prensa hidráulica na idade de 28 dias após a moldagem.

De acordo com Machado e Marino (2016a), é necessário realizar a dosagem racional e experimental do concreto com antecedência em relação ao início da obra, a fim de se obter a resistência característica à compressão do concreto e definir a classe (C) de resistência, seguindo as normas estabelecidas pela NBR 12655:2022.

Se a massa específica real do concreto (ρ_c) não for conhecida, a NBR 6118:2014, no item 8.2.2, determina que, para efeito de cálculo, pode-se adotar para o concreto simples o valor 2400 kg/m³ e para o concreto armado, 2500 kg/m³.

A NBR 6118:2014, no item 8.2.5, estabelece que a resistência à tração indireta ($f_{ct,sp}$) e a resistência à tração na flexão ($f_{ct,f}$) devem ser obtidas em ensaios realizados segundo a NBR 7222:2011 e NBR 12142:2010, respectivamente, para a determinação da resistência à tração direta (f_{ct}). No entanto, na falta de ensaios, a resistência média à tração direta ($f_{ct,m}$) ou resistência característica à tração do concreto ($f_{ct,k}$), pode ser avaliada em função da resistência característica do concreto à compressão, por meio da equação 1 para concretos de classes até C50:

$$f_{ct,k} = f_{ct,m} = 0,3 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad (1)$$

A resistência característica inferior à tração do concreto ($f_{ctk,inf}$) e a resistência característica superior à tração do concreto ($f_{ctk,sup}$), podem ser determinadas respectivamente, pela equação 2 e equação 3 para concretos de classes até C50:

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ct,m} = 0,21 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad (2)$$

$$f_{ctk,sup} = 1,3 \cdot f_{ct,m} = 0,39 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2} \quad (3)$$

2.1.1 Módulo de elasticidade do concreto

De acordo com a NBR 6118:2014, no item 8.2.8, o módulo de elasticidade inicial (E_{CI}) e o módulo de elasticidade secante do concreto (E_{CS}) devem ser determinados pelo ensaio contido na NBR 8522:2021. Na ausência destes ensaios, pode-se estimar o valor de E_{CI} pela equação 4, para concretos com resistência característica a compressão de 20 MPa a 50 Mpa, e de E_{CS} pela equação 5.

$$E_{CI} = \alpha_E \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}} \quad (4)$$

Sendo:

$\alpha_E = 1,2$ para basalto e diabásio;

$\alpha_E = 1,0$ para granito e gnaisse;

$\alpha_E = 0,9$ para calcário;

$\alpha_E = 0,7$ para arenito.

$$E_{CS} = \left(0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} \right) \cdot E_{CI} \quad (5)$$

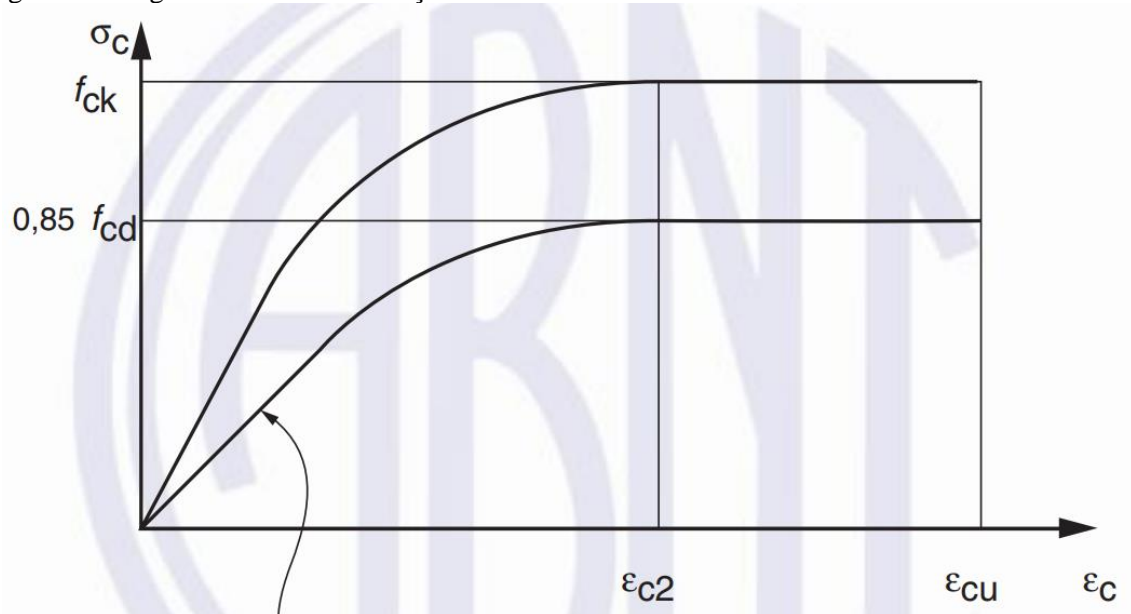
Conforme o item 8.2.9 da NBR 6118:2014, para tensões de compressão menores que 50% da resistência à compressão do concreto e tensões de tração menores que f_{ct} , o coeficiente de Poisson (ν) pode ser tomado como igual a 0,2 e o módulo de elasticidade transversal do concreto (G_c) obtido pela equação 6:

$$G_c = \frac{E_{CS}}{2,4} \quad (6)$$

2.1.2 Diagrama tensão-deformação do concreto à compressão

Para análises no estado-limite último, a NBR 6118:2014 no item 8.2.10, permite ser empregado o diagrama tensão-deformação idealizado conforme a Figura 1.

Figura 1 - Diagrama tensão-deformação idealizado.



Fonte: adaptado da figura 8.2 da NBR 6118:2014.

A tensão à compressão do concreto (σ_c), para concretos de classes até C50 pode ser obtida pela equação 7:

$$\sigma_c = 0,85 \cdot f_{cd} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad (7)$$

Em que:

f_{cd} = resistência de cálculo a compressão do concreto, definido conforme a equação 13;

ϵ_c = deformação específica do concreto;

ϵ_{c2} = deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico (2,0 ‰ para concretos de classes até C50);

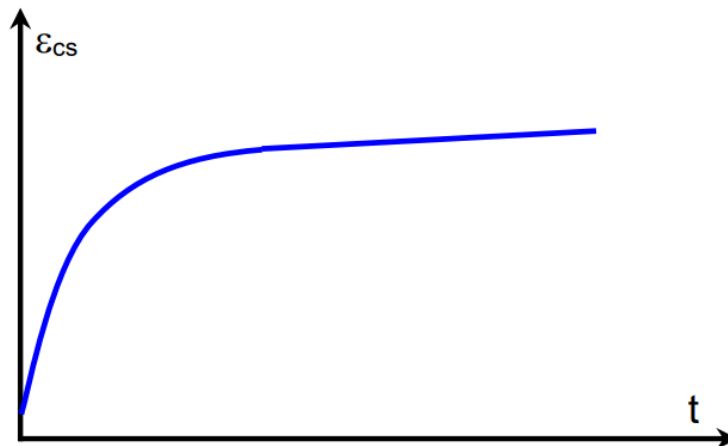
$n = 2$ para concretos de classes até C50.

2.1.3 Deformações do concreto

As principais deformações que ocorrem no concreto, segundo bastos (2019a), são devidas à ação da retração, fluência e variação de temperatura.

A retração do concreto (ϵ_{cs}) é uma deformação que ocorre independentemente do carregamento e corresponde a uma diminuição de volume ao longo do tempo (t), conforme mostrado na Figura 2. Essa diminuição é causada pela perda de água que fazia parte da composição química da mistura de concreto (MACHADO; MARINO, 2016a).

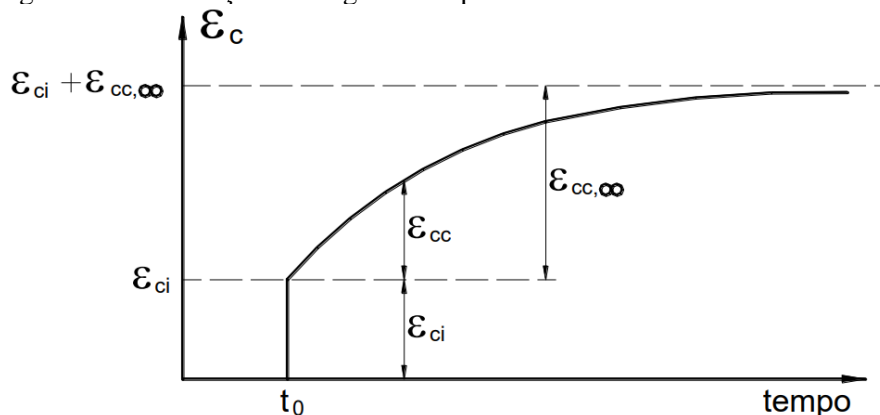
Figura 2 - Retração do concreto.



Fonte: Adaptado, Machado e Marino (2016a, p.10).

A fluência (ϵ_{cc}) do concreto é uma deformação causada pelos carregamentos externos que geram tensões de compressão, conforme ilustrado na Figura 3. Essa deformação é caracterizada pelo aumento da deformação no concreto ao longo do tempo quando está submetido a tensões de compressão permanentes e constantes. A deformação imediata (ϵ_{ci}), ocorre imediatamente quando se retiram os escoramentos das peças em um determinado tempo inicial (t_0), após alguns anos considera-se cessada a fluência, o que é representado pela fluência no infinito ($\epsilon_{cc,\infty}$) (BASTOS, 2019a).

Figura 3 - Deformação ao longo do tempo do concreto.



Fonte: (BASTOS, 2019a, p. 28).

Os sólidos têm a propriedade de se expandir com o aumento da temperatura e de se contrair com o resfriamento. A quantidade de deformação causada pela mudança de temperatura é influenciada pelo coeficiente de expansão térmica do material e pela magnitude da variação de temperatura (PINHEIRO, 2017a).

2.1.4 Aços para concreto armado

A principal diferença entre aço e ferro é o teor de carbono. O aço possui um teor de carbono inferior a 2,04% e o ferro entre 2,04% a 6,7% (CHUST; FIGUEIREDO FILHO, 2014).

A norma vigente que especifica os aços para concreto armado é a NBR 7480:2022. As barras de aço são classificadas nas categorias CA-25 (lisas), CA-50 (nervuradas), e os fios de aço na categoria CA-60 (lisos, entalhados ou nervurados). A sigla CA representa a denominação de concreto armado, e a numeração a resistência característica de escoamento (f_{yk}) em kN/cm^2 . As armaduras passivas para CA podem ser classificadas em barras e fios. As barras são produtos de diâmetro nominal maior ou igual a 6,3 mm, obtidos por laminação a quente, e os fios são aqueles com diâmetro nominal máximo de 10,0 mm, obtidos por trefilação ou laminação a frio (ABNT NBR 7480, 2022).

Para as armaduras passivas, independentemente da categoria, pode-se admitir o valor da massa específica (ρ_s) igual a 7850 kg/m^3 (CLÍMACO, 2016).

A NBR 6118:2014 estabelece, no item 8.3.2, que a aderência entre o concreto e o aço é influenciada pela rugosidade da superfície do aço, que é quantificada pelo coeficiente de aderência (η_1). As características ou propriedades mais importantes dos aços para concreto armado estão resumidas na Tabela 2.

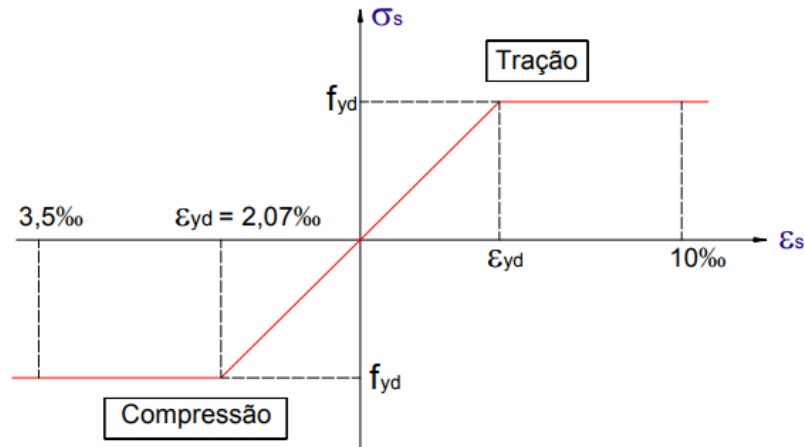
Tabela 2 - Propriedades mecânicas dos aços.

Categoria	f_{yk} (MPa)	ϵ_{yd} (‰)	Tipo de superfície	η_1
CA-25	250	1,04	Lisa	1,0
CA-50	500	2,07	Nervurada	2,25
CA-60	600	2,48	lisa, entalhada ou nervurada	1,0; 1,4 ou 2,25

Fonte: Autor.

A NBR 6118:2014 permite, no item 8.3.6, a utilização do diagrama simplificado mostrado na Figura 4 para o cálculo nos estados-limite de serviço e último, para os aços com ou sem patamar de escoamento. Onde σ_s representa a tensão normal no aço de armadura passiva.

Figura 4 - Diagrama tensão-deformação do aço CA-50.



Fonte: (NINA, 2006, p.28).

Segundo Chust e Figueiredo Filho (2014), a deformação específica de cálculo (ϵ_{yd}), correspondente ao início do patamar de escoamento é obtida pela equação 8.

$$\epsilon_{yd} = \frac{f_{yd}}{E_s} \quad (8)$$

Onde:

E_s = módulo de elasticidade do aço, admitido igual a 210.000 Mpa;

f_{yd} = tensão de escoamento de cálculo do aço;

A deformação específica dos aços da armadura passiva (ϵ_s) são limitadas a 10 ‰ para tração e 3,5 ‰ para compressão, com base no valor máximo permitido para o concreto. Qualquer deformação menor do que 2,07 ‰ para o aço CA-50, que representa a deformação do início de escoamento, resulta em tensões inferiores à máxima permitida no aço, o que caracteriza um subaproveitamento ou uso antieconômico do aço. Por isso, é comum aplicar a tensão máxima permitida no aço determinada pela equação 9 (BASTOS, 2019a).

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (9)$$

Onde:

γ_s = coeficiente de ponderação da resistência do aço, definido na Tabela 7.

2.1.5 Durabilidade das estruturas de concreto armado

De acordo com o item 6.4.2 da NBR 6118:2014, é recomendado que, ao projetar estruturas correntes, se leve em consideração a agressividade ambiental, classificando-a conforme apresentado na Tabela 3. Além disso, é possível avaliar as condições de exposição da estrutura ou de suas partes.

Tabela 3 - Classes de agressividade ambiental (CAA).

Classe de agressividade ambiental	Agressividade	Classificação geral do tipo de ambiente para efeito de projeto	Risco de deterioração da estrutura
I	Fraca	Rural	Insignificante
		Submersa	
II	Moderada	Urbana ^{a, b}	Pequeno
III	Forte	Marinha ^a	Grande
		Industrial ^{a, b}	
IV	Muito forte	Industrial ^{a, c}	Elevado
		Respingos de maré	

^a Pode-se admitir um microclima com uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) para ambientes internos secos (salas, dormitórios, banheiros, cozinhas e áreas de serviço de apartamentos residenciais e conjuntos comerciais ou ambientes com concreto revestido com argamassa e pintura).

^b Pode-se admitir uma classe de agressividade mais branda (uma classe acima) em obras em regiões de clima seco, com umidade média relativa do ar menor ou igual a 65 %, partes da estrutura protegidas de chuva em ambientes predominantemente secos ou regiões onde raramente chove.

^c Ambientes quimicamente agressivos, tanques industriais, galvanoplastia, branqueamento em indústrias de celulose e papel, armazéns de fertilizantes, indústrias químicas.

Fonte: Tabela 6.1 da NBR 6118:2014.

A NBR 6118:2014, no item 7.2.4, recomenda realizar ensaios que comprovem o desempenho da durabilidade da estrutura diante da agressividade prevista em projeto, estabelecendo parâmetros mínimos a serem atendidos. Caso não haja tais ensaios, é possível adotar os requisitos mínimos presentes na Tabela 4, tendo em vista a forte correspondência entre a relação água/cimento, resistência à compressão do concreto e sua durabilidade.

Tabela 4 - Correspondência entre a classe de agressividade e a qualidade do concreto.

Concreto ^a	Tipo ^{b, c}				
		I	II	III	IV
Relação água/cimento em massa	CA	≤ 0,65	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,45
	CP	≤ 0,60	≤ 0,55	≤ 0,50	≤ 0,45
Classe de concreto (ABNT NBR 8953)	CA	≥ C20	≥ C25	≥ C30	≥ C40
	CP	≥ C25	≥ C30	≥ C35	≥ C40

^a O concreto empregado na execução das estruturas deve cumprir com os requisitos estabelecidos na ABNT NBR 12655.

^b CA corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto armado.

^c CP corresponde a componentes e elementos estruturais de concreto protendido.

Fonte: Tabela 7.1 da NBR 6118:2014.

É necessário considerar o cobrimento nominal (c_{nom}) ao projetar e executar uma estrutura, a fim de garantir o cobrimento mínimo (c_{min}). O cobrimento nominal é definido como o cobrimento mínimo acrescido da tolerância de execução (Δ_c) e, portanto, as dimensões das armaduras e espaçadores devem ser estabelecidas de acordo com os cobrimentos nominais listados na Tabela 5, com $\Delta_c = 10 \text{ mm}$, conforme estabelece a NBR 6118:2014 no item 7.4.7.2.

Tabela 5 - Correspondência entre a classe de agressividade ambiental e o cobrimento nominal para $\Delta_c = 10 \text{ mm}$.

Componente ou elemento	I	II	III	IV ^c
	Cobrimento nominal (c_{nom})			
Laje ^b	20 mm	25 mm	35 mm	45 mm
Viga / Pilar	25 mm	30 mm	40 mm	50 mm
Contato com o solo ^d	30 mm	30 mm	40 mm	50 mm

^b Para a face superior de lajes e vigas que serão revestidas com argamassa de contrapiso, com revestimentos finais secos tipo carpete e madeira, com argamassa de revestimento e acabamento, como pisos de elevado desempenho, pisos cerâmicos, pisos asfálticos e outros, as exigências desta tabela podem ser substituídas pelo cobrimento nominal referente à barra ou feixe ($c_{nom} \geq \phi_{barra}$ OU $c_{nom} \geq \phi_{feixe}$), respeitado um cobrimento nominal maior ou igual a 15 mm ($c_{nom} \geq 15 \text{ mm}$).

^c Nas superfícies expostas a ambientes agressivos, como reservatórios, estações de tratamento de água e esgoto, condutos de esgoto, canaletas de efluentes e outras obras em ambientes química e intensamente agressivos, devem ser atendidos os cobrimentos da classe de agressividade IV.

^d No trecho dos pilares em contato com o solo junto aos elementos de fundação, a armadura deve ter cobrimento nominal maior ou igual a 45 mm ($c_{nom} \geq 45 \text{ mm}$).

Fonte: Adaptado, (MACHADO; MARINO, 2016b, p.5).

Estabelece ainda que o cobrimento nominal de uma determinada barra deve satisfazer as seguintes exigências contidas nos itens 7.4.7.5 e 7.4.7.6, determinados, respectivamente, pela inequação da equação 10 e inequação da equação 11:

$$c_{nom} \geq \phi_{barra} \quad (10)$$

$$d_{m\acute{a}x} \leq 1,2 \cdot c_{nom} \quad (11)$$

Em que:

ϕ_{barra} = diâmetro da barra;

$d_{m\acute{a}x}$ = dimensão máxima do agregado graúdo.

Os valores-limites da abertura característica das fissuras (w_k), estabelecido na Tabela 6 conforme o item 13.4.2 da NBR 6118:2014, assim como outras medidas de proteção para evitar a corrosão das armaduras, devem ser vistos apenas como critérios para um projeto adequado de estruturas, devido à alta variabilidade das grandezas envolvidas e ao estágio atual dos conhecimentos.

Tabela 6 - Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura, em função das classes de agressividade ambiental.

Tipo de concreto estrutural	Classe de agressividade ambiental (CAA) e tipo de protensão	Exigências relativas à fissuração	Combinação de ações em serviço a utilizar
Concreto simples	CAA I a CAA IV	Não há	–
Concreto armado	CAA I	ELS-W $w_k \leq 0,4$ mm	Combinação frequente
	CAA II e CAA III	ELS-W $w_k \leq 0,3$ mm	
	CAA IV	ELS-W $w_k \leq 0,2$ mm	

Fonte: Tabela 13.4 da NBR 6118:2014.

2.1.6 Segurança e estados-limites

Segundo Chust e Figueiredo Filho (2014), os métodos de cálculo do estados-limites consistem em garantir a segurança, fazendo com que as solicitações de cargas (momento fletor, esforço cortante, esforço normal) majoradas sejam menores que as solicitações últimas (solicitação que leva ao colapso), com os materiais com suas resistências reais minoradas por coeficientes de ponderação.

De acordo com o item 10.3 da NBR 6118:2014, o estado-limite último (*ELU*) é o estado que está relacionado com a perda da capacidade resistente da estrutura, o que pode ocasionar o colapso ou determinar a paralisação em todo ou em parte da estrutura. Já o estado-limite de serviço (*ELS*), descrito no item 10.4 da mesma norma, está relacionado com o conforto do usuário, a durabilidade, a aparência e boa utilização das estruturas, seja em relação aos usuários ou em relação às máquinas e aos equipamentos suportados pelas estruturas.

É importante salientar que quando uma estrutura chega ao *ELS*, pode haver comprometimento na sua utilização, mesmo que ainda não tenha atingido sua capacidade máxima de resistência. Isso significa que a estrutura pode não mais oferecer condições de conforto e durabilidade, mesmo sem ter atingido o *ELU* (BASTOS, 2019a). Desta forma, a NBR 6118:2014 pode ainda exigir a verificação de alguns *ELS*, definidos no item 3.2, sendo eles:

- I. Estado-limite de formação de fissuras (ELS-F): estado em que se inicia a formação de fissuras;
- II. Estado-limite de abertura das fissuras (ELS-W): estado em que as fissuras se apresentam com aberturas iguais aos máximos especificados;
- III. Estado-limite de deformações excessivas (ELS-DEF): estado em que as deformações atingem os limites estabelecidos para a utilização normal;
- IV. Estado-limite de vibrações excessivas (ELS-VE): estado em que as vibrações atingem os limites estabelecidos para a utilização normal da construção.

A NBR 6118:2014 estabelece, no item 12.5.1 e 12.5.2, respectivamente, as condições de segurança construtivas e as condições analíticas de segurança. As condições analíticas (projeto) de segurança estabelecem que as resistências de cálculo (R_d) não podem ser menores que as solicitações de cálculo (S_d); em qualquer caso, deve ser respeitada a inequação da equação 12.

$$R_d \geq S_d \quad (12)$$

De acordo com o item 12.3.3 da NBR 6118:2014, a resistência de cálculo a compressão do concreto (f_{cd}), com data igual ou superior a 28 dias, é obtida pela razão entre a resistência característica à compressão do concreto e o coeficiente de ponderação da resistência do concreto (γ_c), determinado pela equação 13.

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (13)$$

Os valores para verificação no estado-limite último estão indicados na Tabela 7.

Tabela 7 - Valores dos coeficientes γ_c e γ_s .

Combinações	Concreto	Aço
	γ_c	γ_s
Normais	1,4	1,15
Especiais ou de construção	1,2	1,15
Excepcionais	1,2	1,0

Fonte: Tabela 12.1 da NBR 6118:2014.

2.1.7 Ações nas estruturas de concreto armado

De acordo com Chust e Figueiredo Filho (2007), as ações são definidas como influências que podem gerar tensões ou deformações em uma estrutura. A NBR 8681:2004, no item 4.2, classifica as ações em três tipos, sendo elas:

I. Ações permanentes diretas ou indiretas: Consideram-se como ações permanentes diretas os pesos próprios dos elementos da construção, incluindo-se o peso próprio da estrutura e de todos os elementos construtivos permanentes, os pesos dos equipamentos fixos (NBR 6120, 2019) e os empuxos devidos ao peso próprio de terras não removíveis e de outras ações permanentes sobre elas aplicadas; Consideram-se como ações permanentes indiretas a protensão, os recalques de apoio e a retração dos materiais.

II. Ações variáveis normais ou especiais: Consideram-se como ações variáveis as cargas acidentais das construções, bem como efeitos, tais como forças de frenação, de impacto e centrífugas, os efeitos do vento (ABNT NBR 6123, 1988), das variações de temperatura, do atrito nos aparelhos de apoio e, em geral, as pressões hidrostáticas e hidrodinâmicas. As ações variáveis normais, são ações com probabilidade de ocorrência suficientemente grande para que sejam obrigatoriamente consideradas no projeto das estruturas de um dado tipo de construção; as ações variáveis especiais, são ações sísmicas ou cargas acidentais de natureza ou de intensidade especiais, elas também devem ser admitidas como ações variáveis.

III. Ações excepcionais: São ações decorrentes de causas tais como explosões, choques de veículos, incêndios, enchentes ou sismos excepcionais.

Os valores de cálculo das ações, definidos conforme o item 4.2.3 da NBR 8681:2004, são obtidos a partir dos valores representativos (característicos, convencionais excepcionais e reduzidos), multiplicando-os pelos respectivos coeficientes de ponderação das ações (γ_f). O coeficiente γ_f , disposto no item 4.2.3.1 da NBR 8681:2004, concordante com o item 11.7 da NBR 6118:2014, é definido pela equação 14:

$$\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f2} \cdot \gamma_{f3} \quad (14)$$

Onde:

γ_{f1} = considera a variabilidade das ações;

γ_{f2} = considera a simultaneidade de atuação das ações;

γ_{f3} = considera os desvios gerados nas construções e as aproximações feitas em projeto do ponto de vista das solicitações.

Estes coeficientes são utilizados para determinar os valores de cálculo das ações. Os valores dos coeficientes de ponderação das ações para o *ELU* estão apresentados na Tabela 8 e na Tabela 9:

Tabela 8 - Coeficiente $\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f3}$.

Combinações de ações	Ações							
	Permanentes (g)		Variáveis (q)		Protensão (p)		Recalques de apoio e retração	
	D	F	G	T	D	F	D	F
Normais	1,4 ^a	1,0	1,4	1,2	1,2	0,9	1,2	0
Especiais ou de construção	1,3	1,0	1,2	1,0	1,2	0,9	1,2	0
Excepcionais	1,2	1,0	1,0	0	1,2	0,9	0	0

onde

D é desfavorável, *F* é favorável, *G* representa as cargas variáveis em geral e *T* é a temperatura.

^a Para as cargas permanentes de pequena variabilidade, como o peso próprio das estruturas, especialmente as pré-moldadas, esse coeficiente pode ser reduzido para 1,3.

Fonte: Tabela 11.1 da NBR 6118:2014.

Tabela 9 – Valores do coeficiente γ_{f2}

Ações	γ_{f2}			
	ψ_0	ψ_1^a	ψ_2	
Cargas acidentais de edifícios	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas ^b	0,5	0,4	0,3
	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevada concentração de pessoas ^c	0,7	0,6	0,4
	Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens	0,8	0,7	0,6
Vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3

^a Para os valores de ψ_1 relativos às pontes e principalmente para os problemas de fadiga, ver Seção 23.

^b Edifícios residenciais.

^c Edifícios comerciais, de escritórios, estações e edifícios públicos.

Fonte: Tabela 11.2 da NBR 6118:2014.

Em que:

Ψ_0 = fator de redução de combinação para *ELU*;

Ψ_1 = fator de redução de combinação frequente para *ELS*;

Ψ_2 = fator de redução de combinação quase permanente para *ELS*.

Os coeficientes de ponderação das ações no estado-limite de serviço (*ELS*), estão dispostos no item 11.7.2 da NBR 6118:2014, determinado pela equação 15:

$$\gamma_f = \gamma_{f2} \quad (15)$$

Onde:

γ_{f2} = tem valor variável conforme a verificação que se deseja fazer (Tabela 9);

$\gamma_{f2} = 1$ para combinações raras (Tabela 10);

$\gamma_{f2} = \Psi_1$ para combinações frequentes (Tabela 10);

$\gamma_{f2} = \Psi_2$ para combinações quase permanentes (Tabela 10).

2.1.8 Combinações das ações

Conforme o item 11.8.1 da NBR 6118:2014, a combinação das ações deve ser realizada de forma que possam ser determinados os efeitos mais desfavoráveis para a estrutura, verificando a segurança em função de combinações últimas e de combinações de serviço. As combinações de ações podem ser classificadas como normais, especiais ou de construção e excepcionais. As combinações últimas normais no *ELU*, para elementos estruturais de concreto armado, são definidas pela equação 16:

$$F_d = \gamma_g \cdot F_{gk} + \gamma_{\varepsilon g} \cdot F_{\varepsilon gk} + \gamma_q \cdot (F_{q1k} + \sum \Psi_{0j} \cdot F_{qjk}) + \gamma_{\varepsilon q} \cdot \Psi_{0\varepsilon} \cdot F_{\varepsilon qk} \quad (16)$$

Em que:

F_d = valor de cálculo das ações para combinação última;

γ_g = coeficiente de ponderação para ações permanentes diretas;

F_{gk} = representa as ações permanentes diretas;

$\gamma_{\varepsilon g}$ = coeficiente de ponderação para ações permanentes indiretas;

$F_{\varepsilon gk}$ = representa as ações permanentes indiretas;

γ_q = coeficiente de ponderação para ações variáveis diretas;

- F_{q1k} = ação variável direta considerada como principal;
- Ψ_{0j} = fator de redução de combinação para ações variáveis diretas;
- F_{qjk} = ações variáveis diretas secundárias;
- $\gamma_{\varepsilon q}$ = coeficiente de ponderação para ações variáveis indiretas;
- $\Psi_{0\varepsilon}$ = fator de redução de combinação para ações variáveis indiretas;
- $F_{\varepsilon qk}$ = ações variáveis indiretas.

As combinações de serviços são definidas conforme o item 11.8.3 da NBR 6118:2014, sendo elas:

a) Combinações quase permanentes de ações (CQP): podem atuar durante grande parte do período de vida da estrutura, e sua consideração pode ser necessária na verificação do estado-limite de deformações excessivas;

b) Combinações frequentes de ações (CF): repetem-se muitas vezes durante o período de vida da estrutura, e sua consideração pode ser necessária na verificação dos estados-limites de formação de fissuras, de abertura de fissuras e de vibrações excessivas. Podem também ser consideradas para verificações de estados-limites de deformações excessivas decorrentes de vento ou temperatura que podem comprometer as vedações;

c) Combinações raras de ações (CR): ocorrem algumas vezes durante o período de vida da estrutura, e sua consideração pode ser necessária na verificação do estado-limite de formação de fissuras.

As combinações usuais de serviço estão dispostas na Tabela 10.

Tabela 10 - Combinações de serviço.

Combinações de serviço (ELS)	Descrição	Cálculo das solicitações
Combinações quase permanentes de serviço (CQP)	Nas combinações quase permanentes de serviço, todas as ações variáveis são consideradas com seus valores quase permanentes $\psi_2 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gi,k} + \Sigma \psi_{2j} F_{qj,k}$
Combinações frequentes de serviço (CF)	Nas combinações frequentes de serviço, a ação variável principal F_{q1} é tomada com seu valor frequente $\psi_1 F_{q1k}$ e todas as demais ações variáveis são tomadas com seus valores quase permanentes $\psi_2 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gik} + \psi_1 F_{q1k} + \Sigma \psi_{2j} F_{qjk}$
Combinações raras de serviço (CR)	Nas combinações raras de serviço, a ação variável principal F_{q1} é tomada com seu valor característico F_{q1k} e todas as demais ações são tomadas com seus valores frequentes $\psi_1 F_{qk}$	$F_{d,ser} = \Sigma F_{gik} + F_{q1k} + \Sigma \psi_{1j} F_{qjk}$

Fonte: adaptado da tabela 11.4 da NBR 6118:2014.

Com ênfase na combinação quase permanentes de ações dado pela equação 17, para verificação do estado-limite de deformações excessivas.

$$F_{d,ser} = \sum F_{gi,k} + \sum \psi_{2j} \cdot F_{qj,k} \quad (17)$$

Onde:

$F_{d,ser}$ = valor de cálculo das ações para combinações de serviço;

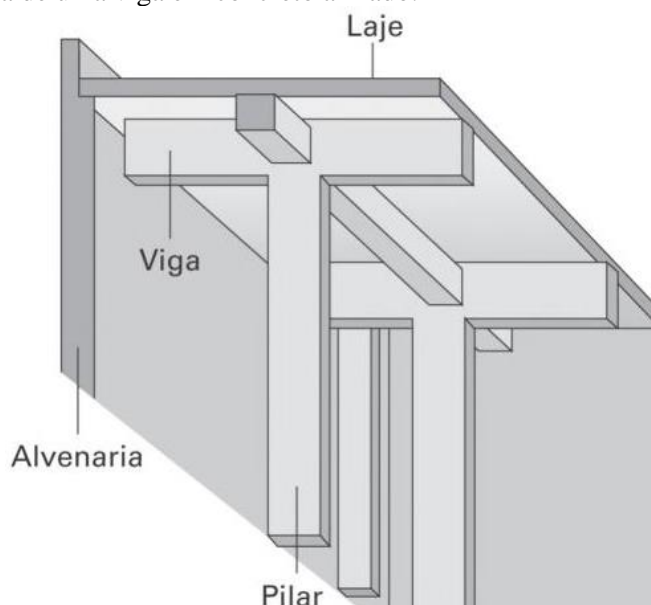
ψ_{2j} = fator de redução de combinação quase permanente para ELS (Ψ_2).

2.2 VIGAS DE CONCRETO ARMADO

A NBR 6118:2014 define no item 14.4 os elementos estruturais em relação à sua forma geométrica e da sua função estrutural. Onde as vigas são classificadas como elementos lineares em que a flexão é preponderante em relação a outros esforços possivelmente existentes. Definindo como elementos lineares aqueles que possuem um comprimento longitudinal que é pelo menos três vezes maior do que a maior dimensão da seção transversal, o que também os torna conhecidos como barras (BASTOS, 2019b).

Em edifícios de concreto armado, a função principal das vigas é vencer vãos e transmitir as cargas provenientes das lajes para os apoios, conforme a Tabela 5, que comumente são pilares. Embora seja possível que as vigas tenham formato curvo ao longo do seu eixo longitudinal, na maioria das aplicações elas são retas e horizontais (BASTOS, 2019a).

Figura 5 - Perspectiva de uma viga em concreto armado.



Fonte: Adaptado (BOTELHO; MARCHETTI, 2019, p.46).

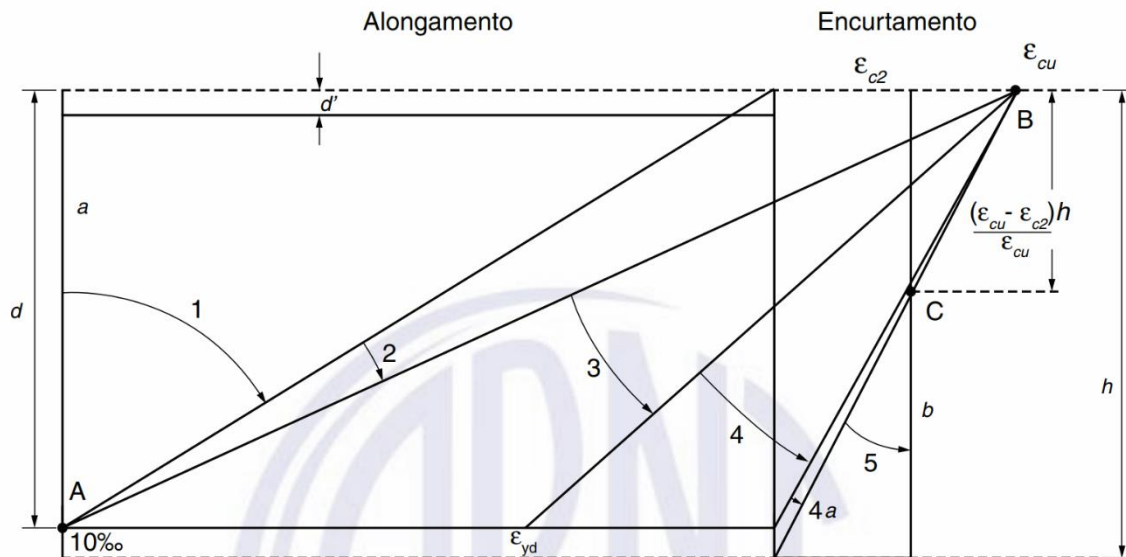
2.2.1 Domínios de deformação na seção transversal 2, 3 e 4

A NBR 6118:2014 define, no item 17.2.2, hipóteses básicas para a realização de análise dos esforços resistentes de uma seção de uma viga ou pilar. Dentre essas hipóteses básicas, está a caracterização do estado limite último quando a distribuição das deformações na seção transversal pertencer a um dos domínios de deformação.

É possível observar que os domínios de deformação são definidos pelos diferentes casos de distribuição das deformações do concreto e do aço na seção transversal, conforme indicados na Figura 6 (CHUST; FIGUEIREDO FILHO, 2014).

‘Admite-se a ocorrência da ruína, quando a distribuição das deformações ao longo da altura de uma seção transversal se enquadrar em um destes domínios (ARAÚJO, 2010, p.100)’.

Figura 6 - Domínios de estado-limite último de uma seção transversal.



Fonte: Figura 17.1 da NBR 6118:2014.

Conforme Bastos (2019b), quando vigas de concreto armado são submetidas à flexão simples, as deformações em seus materiais componentes são encontradas nos domínios de deformações 2, 3 ou 4.

Resumidamente, de acordo com Araújo (2010, p.101) ‘o domínio de deformação 2 representa a flexão simples ou composta sem a ruptura a compressão do concreto ($\epsilon_c < 3,5 \text{ ‰}$) e com máximo alongamento permitido para as armaduras ($\epsilon_s < 10 \text{ ‰}$)’. Segundo Pinheiro (2017b), nesta condição de deformação, o aço é bem aproveitado, pois está submetido a tensão f_{yd} ; em contra partida, o concreto é mal aproveitado, pois não é submetido a uma solicitação que corresponda a sua capacidade máxima.

No domínio de deformação 3, a seção transversal de uma estrutura de concreto armado possui partes tracionadas e comprimidas, e o estado-limite último é caracterizado pela deformação de encurtamento último do concreto (ϵ_{cu}) fixa em 3,5 ‰. Além disso, na situação última, a ruptura do concreto comprimido ocorre simultaneamente com o escoamento da armadura tracionada (BASTOS, 2019a).

O domínio de deformação 3 é o mais indicado para o dimensionamento, pois tanto o concreto como o aço estão sendo solicitados a trabalhar com suas resistências de cálculo. Havendo o aproveitamento máximo dos dois materiais. Nestas condições, a falha ocorre com aviso prévio, pois o elemento estrutural apresenta deslocamentos visíveis e intensa fissuração (PINHEIRO, 2017b).

É desaconselhado projetar vigas para flexão simples no domínio 4, não apenas por questões econômicas, mas também porque a falha pode ocorrer de forma repentina e sem aviso prévio, com a ruptura do concreto por compressão, causando o colapso da viga antes da intensa fissuração provocada pelo aumento do alongamento na armadura tracionada (BASTOS, 2019b).

Devido a isso, a norma NBR 6118:2014, no item 14.6.4.3, estabelece limites para proporcionar o adequado comportamento dúctil em vigas e lajes, onde a posição da linha neutra (x) no ELU deve obedecer à inequação da equação 18 para concretos com $f_{ck} \leq 50$ MPa:

$$\frac{x}{d} \leq 0,45 \quad (18)$$

2.2.2 Vãos efetivos de vigas

Consoante com o item 14.6.2.4 da norma NBR 6118:2014, o vão efetivo (l_{ef}) representado pela Figura 7 pode ser calculado pela equação 19:

$$l_{ef} = l_0 + a_1 + a_2 \quad (19)$$

Com:

$$a_1 \leq \begin{cases} \frac{t_1}{2} \\ 0,3 h \end{cases} \quad e \quad a_2 \leq \begin{cases} \frac{t_2}{2} \\ 0,3 h \end{cases} \quad (20)$$

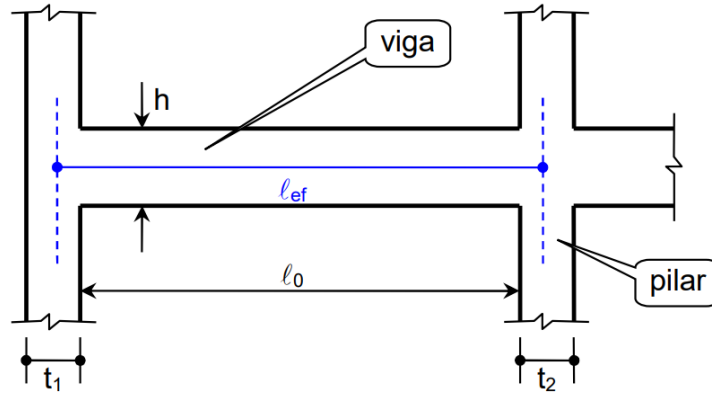
Onde:

t_1 = largura do apoio extremo paralelo ao vão da viga analisada;

t_2 = largura do apoio intermediário paralelo ao vão da viga analisada;

h = altura da viga.

Figura 7 - Vão efetivo de viga.



Fonte: (MACHADO; MARINO, 2016c, p. 2).

2.2.3 Armaduras longitudinais mínimas

Conforme o item 17.3.5.2.1 da NBR 6118:2014, ao realizar o dimensionamento da seção em elementos estruturais armados ou protendidos, é necessário determinar a armadura mínima de tração para um momento fletor de cálculo mínimo ($M_{d,min}$), conforme a equação 21, respeitando uma taxa mínima (ρ_{min}) absoluta de 0,15% estabelecida na Tabela 11.

$$M_{d,min} = 0,8 \cdot W_0 \cdot f_{ctk,sup} \quad (21)$$

Onde:

W_0 = módulo de resistência da seção transversal bruta de concreto, relativo à fibra mais tracionada;

$f_{ctk,sup}$ = definido pela equação 3.

Tabela 11 - Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas.

Forma da seção	Valores de ρ_{min}^a ($A_{s,min}/A_c$) %															
	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	
Retangular	0,150	0,150	0,150	0,164	0,179	0,194	0,208	0,211	0,219	0,226	0,233	0,239	0,245	0,251	0,256	

^a Os valores de ρ_{min} estabelecidos nesta Tabela pressupõem o uso de aço CA-50, $d/h = 0,8$ e $\gamma_c = 1,4$ e $\gamma_s = 1,15$. Caso esses fatores sejam diferentes, ρ_{min} deve ser recalculado.

Fonte: Tabela 17.3 da NBR 6118:2014.

Diante do exposto, a armadura mínima ($A_{s,min}$) de tração é atendida se for respeitada a equação 22:

$$A_{s,min} = \rho_{min} \cdot A_c \quad (22)$$

Onde:

A_c = área da seção transversal da viga.

2.2.4 Armadura longitudinal máxima

De acordo com o item 17.3.5.2.4 da NBR 6118:2014, é necessário garantir as condições de ductilidade requeridas ao projetar estruturas. Sendo assim, a soma das armaduras de tração e compressão ($A_s + A_s'$) não deve ultrapassar 4% da área da seção transversal calculada na região fora da zona de emendas, de acordo com a equação 23:

$$A_s + A_s' \leq 0,04 \cdot A_c \quad (23)$$

2.2.5 Espaçamento livre entre as faces das barras longitudinais

Segundo Bastos (2019b), a NBR 6118:2014 estabelece, no item 18.3.2.2, espaçamentos mínimos livre entre as faces das barras longitudinais para garantir que o concreto entre com facilidade para dentro da fôrma e cubra completamente as barras de aço das armaduras. Os espaçamentos livres mínimos na direção horizontal e na direção vertical entre as faces das barras longitudinais, representados na Figura 8, são calculados, respectivamente, de acordo com a inequação da equação 24 e inequação da equação 25:

$$e_{h,min} \geq \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \phi_l \\ 1,2 \cdot d_{máx,agr} \end{cases} \quad (24)$$

$$e_{v,min} \geq \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \phi_l \\ 0,5 \cdot d_{máx,agr} \end{cases} \quad (25)$$

Onde:

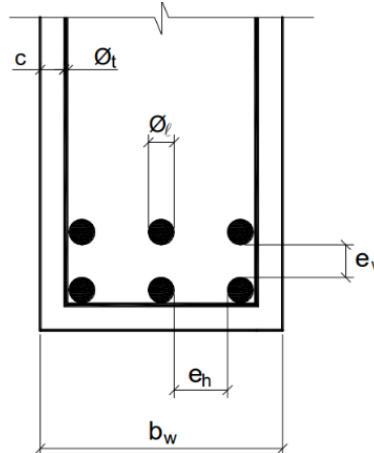
$e_{h,min}$ = espaçamento livre horizontal mínimo entre as faces de duas barras da mesma camada;

$e_{v,min}$ = espaçamento livre vertical mínimo entre as faces de duas barras de camadas adjacentes;

$d_{máx,agr}$ = dimensão máxima característica do agregado graúdo utilizado no concreto;

ϕ_l = diâmetro da barra, do feixe ou da luva.

Figura 8 - Espaços livres mínimos entre as faces das barras de aço longitudinais.

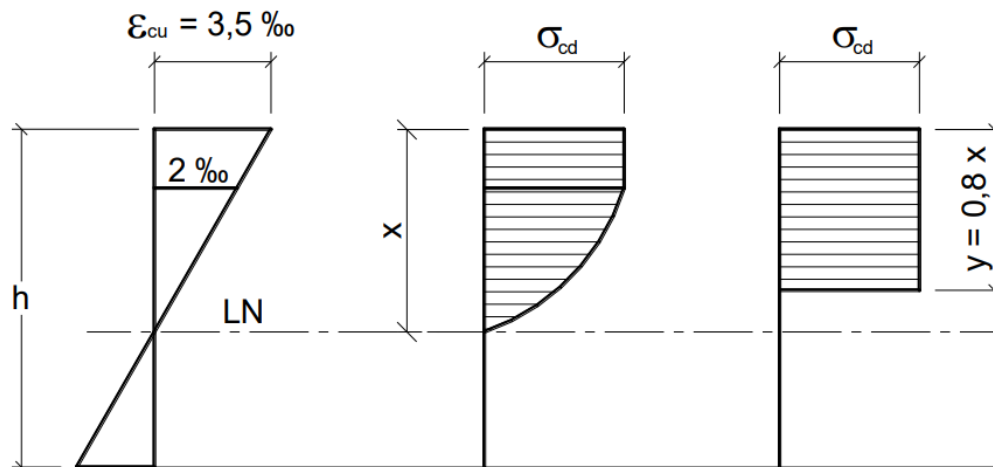


Fonte: (BASTOS, 2019b, p. 11).

2.2.6 Diagrama tensão deformação simplificado

Dentre as hipóteses básicas de cálculo estipuladas no item 17.2.2 da NBR 6118:2014, o diagrama parábola-retângulo mostrado na Figura 1, com tensão de pico igual à $0,85 f_{cd}$, pode ser substituído, para fins de cálculo, pelo retângulo conforme a Figura 9, com uma profundidade $y = \lambda x$, onde o valor do parâmetro $\lambda = 0,8$ para os concretos do grupo I.

Figura 9 - Diagramas $\sigma \times \epsilon$ parábola-retângulo e retangular simplificado para distribuição de tensões de compressão no concreto, para concretos do Grupo I de resistência ($f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$).

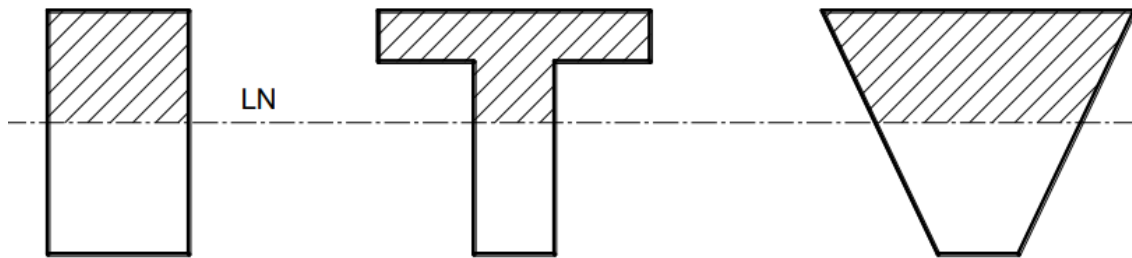


Fonte: (BASTOS, 2019b, p.12).

A tensão resistente do concreto com o valor de cálculo (σ_{cd}), segundo Pinheiro et al. (2018), considerando-se o efeito Rüschi, na condição em que a largura da seção transversal do elemento estrutural medida paralelamente à linha neutra não diminui a partir desta em direção a borda comprimida, conforme exposto na Figura 10, é determinada pela equação 26 para concretos do grupo I:

$$\sigma_{cd} = 0,85 \cdot f_{cd} \quad (26)$$

Figura 10 - Seções onde a largura não diminui da linha neutra em direção à borda comprimida.

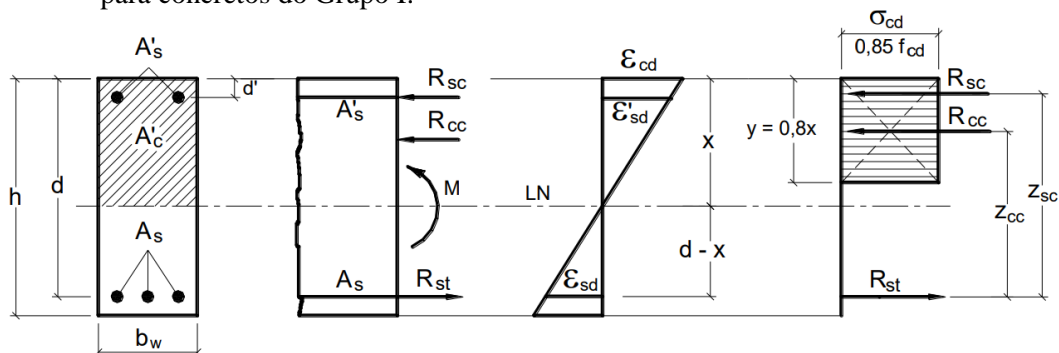


Fonte: (BASTOS, 2019b, p.12).

2.2.7 Equações de equilíbrio

As equações de equilíbrio de uma viga de concreto armado de seção retangular, para concretos do grupo I, levando em consideração o diagrama simplificado elucidado na Figura 9, podem ser obtidas por meio da Figura 11 (BASTOS, 2019b).

Figura 11 - Distribuição de tensões e deformações em viga de seção retangular com armadura dupla, para concretos do Grupo I.



Fonte: (BASTOS, 2019b, p.33).

Realizando o somatório das forças horizontais normais à seção transversal da viga, com base na Figura 11, obtém-se (BASTOS, 2019b):

$$R_{cc} + R_{sc} = R_{st} \quad (27)$$

Onde:

R_{cc} = força resultante de compressão do concreto;

R_{sc} = força resultante de compressão da armadura passiva;

R_{st} = força resultante de tração da armadura passiva.

Segundo Hibbeler (2010), a distribuição da tensão normal média (σ), medida em qualquer ponto da área da seção transversal (A) de um elemento submetido a uma força resultante qualquer (R), pode ser obtida pela equação 28:

$$\sigma = \frac{R}{A} \quad (28)$$

Considerando que $R = \sigma \cdot A$. Podemos reescrever a força resultante de compressão do concreto, definida com auxílio da Figura 11, como o produto da tensão normal média pela a área de concreto comprimido (A'_c), conforme a equação 29 (BASTOS, 2019b):

$$R_{cc} = \sigma_{cd} \cdot A'_c \quad (29)$$

Substituindo na equação 29 a tensão resistente do concreto com o valor de cálculo (equação 26) e a área da seção transversal do concreto comprimido ($A'_c = x \cdot b_w$) considerada no diagrama simplificado, com base na Figura 11, a equação 29 torna-se a equação 30 (BASTOS, 2019b):

$$R_{cc} = 0,68 \cdot f_{cd} \cdot x \cdot b_w \quad (30)$$

Onde:

b_w = largura da alma da viga;

x = valor da posição da linha neutra;

f_{cd} = definido pela equação 13.

Analogamente a equação 29, com base na Figura 11, a força resultante de tração, pode ser obtida pelo produto da tensão de cálculo na armadura passiva tracionada (σ_{sd}) pela área da armadura passiva submetida a tração (A_s), conforme equação 31:

$$R_{st} = \sigma_{sd} \cdot A_s \quad (31)$$

De forma equivalente, com base na Figura 11, a força resultante de compressão da armadura passiva é determinada pelo produto da tensão de cálculo na armadura passiva comprimida (σ'_{sd}) pela área da armadura passiva submetida à compressão (A'_s), conforme a equação 32.

$$R_{sc} = \sigma'_{sd} \cdot A'_s \quad (32)$$

Para que o elemento estrutural esteja em equilíbrio em relação às forças atuantes, com base na Figura 11, é necessário que o somatório das forças horizontais seja igual a zero, ou seja, $R_{cc} + R_{sc} - R_{st} = 0$, conforme a equação 33 (HIBBELER, 2010):

$$0,68 \cdot f_{cd} \cdot x \cdot b_w + \sigma'_{sd} \cdot A'_s - \sigma_{sd} \cdot A_s = 0 \quad (33)$$

Consoante com Chust e Figueiredo Filho (2014), para que um elemento estrutural esteja em equilíbrio, neste caso, tratando-se de uma viga de concreto armado, é necessário que o momento devido às forças internas (momento resistente M_R) seja igual ao momento externo solicitante de cálculo (M_{sd}), conforme a equação 34.

$$M_R = M_{sd} \quad (34)$$

O momento resistente proporcionado pela área comprimida do concreto e do aço pode ser obtido realizando-se o somatório dos momentos fletores por meio da Figura 11, resultando na equação 35, onde, $Z_{cc} = d - 0,4 \cdot x$ é o braço de alavanca da força resultante de compressão do concreto e $Z_{sc} = d - d'$ representa o braço de alavanca da força resultante de compressão da armadura passiva.

$$M_R = R_{cc} \cdot Z_{cc} + R_{sc} \cdot Z_{sc} \quad (35)$$

Substituindo os valores de R_{cc} e R_{sc} , determinados respectivamente pela equação 30 e pela equação 32, bem como os valores de Z_{cc} e Z_{sc} , na equação 35, obtemos a equação 36.

$$M_R = 0,68 \cdot f_{cd} \cdot x \cdot b_w \cdot (d - 0,4 \cdot x) + \sigma'_{sd} \cdot A'_s \cdot (d - d') \quad (36)$$

Onde:

d = altura útil;

d' = distância da face comprimida ou tracionada ao centro geométrico da armadura.

Analogamente, o momento resistente proporcionado pela armadura passiva tracionada, pode ser obtido através da Figura 11, realizando-se o somatório dos momentos fletores, dado pela equação 37 (BASTOS, 2019b).

$$M_R = R_{st} \cdot Z_{cc} \quad (37)$$

Substituindo o valor de R_{st} determinado pela equação 31 e o valor de Z_{cc} na equação 37, obtemos a equação 38.

$$M_R = \sigma_{sd} \cdot A_s \cdot (d - 0,4 \cdot x) \quad (38)$$

A distância da face comprimida ou tracionada ao centro geométrico da armadura pode ser obtida de forma empírica pela equação 39 (BASTOS, 2019b):

$$d' = C_{nom} + \phi_t + \phi_l/2 \quad (39)$$

Em que:

ϕ_t = diâmetro da armadura do estribo (Figura 8);

ϕ_l = diâmetro da armadura longitudinal (Figura 8).

Conhecendo-se a altura da viga e o valor da distância da face comprimida ou tracionada ao centro geométrico da armadura, pode-se estimar empiricamente o valor da altura útil pela equação 40 (BASTOS, 2019b):

$$d = h - d' \quad (40)$$

De acordo com Bastos (2019b), é possível estabelecer as relações entre as deformações de cálculo nas armaduras tracionada (ε_{sd}) e comprimida (ε'_{sd}), bem como no concreto em relação à fibra mais comprimida da seção (ε_{cd}), com base no diagrama de deformações mostrado na Figura 11, expresso pela equação 41.

$$\frac{\varepsilon_{cd}}{x} = \frac{\varepsilon'_{sd}}{x - d'} = \frac{\varepsilon_{sd}}{d - x} \quad (41)$$

2.2.8 Verificação do estado limite de deformação excessiva

De acordo com o item 17.3.2 da NBR 6118:2014, para verificar os valores-limite estabelecidos na Tabela 12 para a deformação da estrutura, mais especificamente os deslocamentos em elementos estruturais lineares analisados isoladamente e submetidos à combinação de ações (equação 17), é necessário utilizar modelos que considerem a rigidez equivalente das seções do elemento estrutural.

Conforme o item 17.3.2.1 da mesma norma supracitada, as deformações específicas devem ser determinadas no estágio I (estrutura não fissurada) ou no estágio II (estrutura fissurada), utilizando-se nos cálculos o módulo de elasticidade secante, definido pela equação 5.

Tabela 12 – Valores limites para deslocamentos.

Tipo de efeito	Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento-limite
Aceitabilidade sensorial	Visual	Deslocamentos visíveis em elementos estruturais	Total	$\ell/250$
	Outro	Vibrações sentidas no piso	Devido a cargas acidentais	$\ell/350$

Fonte: adaptado da tabela 13.3 da NBR 6118:2014.

2.2.8.1 Momento fletor de fissuração

Durante os estados-limites de serviço, a NBR 6118:2014 estabelece, no item 17.3.1, que as estruturas atuam simultaneamente no estágio I e no estágio II. A transição entre esses dois comportamentos é determinada pelo momento de fissuração (M_r), conforme a equação 42.

$$M_r = \frac{\beta \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} \quad (42)$$

Onde:

$\beta = 1,5$ para seções retangulares;

f_{ct} = resistência característica à tração do concreto, calculado pela equação 1 no ELS-DEF;

I_c = momento de inércia da seção bruta de concreto ($b \cdot h^3/12$);

y_t = distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada ($h/2$).

2.2.8.2 Flecha imediata em vigas de concreto armado

Quando o momento fletor na seção crítica do vão considerado (M_a) supera o momento de fissuração, o concreto armado trabalha em condições fissuradas, denominado de estágio II. É recomendado utilizar a rigidez da seção homogeneizada (CHUST; FIGUEIREDO FILHO, 2014).

Segundo Clímaco (2016), a flecha elástica imediata ($\delta_{t,0}$) para um determinado tempo inicial para vigas de concreto armado pode ser calculada pela equação 43:

$$\delta_{t,0} = \alpha \frac{M_a \cdot l_{ef}^2}{(EI)_{eq}} \quad (43)$$

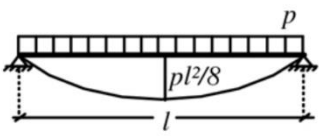
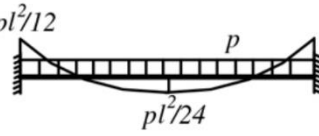
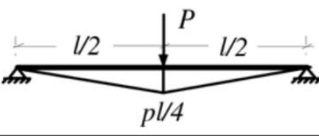
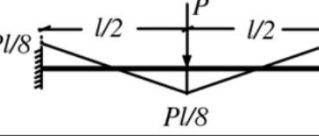
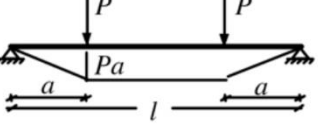
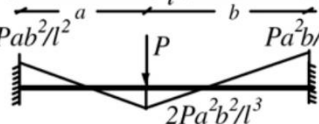
Em que:

α = coeficiente que depende do esquema estático da viga e do carregamento. A Tabela 13, apresenta valores de α para alguns casos típico;

l_{ef} = vão efetivo ou teórico determinado equação 19;

$(EI)_{eq}$ = rigidez equivalente.

Tabela 13 - Coeficientes para cálculo da flecha elástica.

Esquema estrutural e momentos	α	Esquema estrutural e momentos	α
	5/48		1/16
	1/12		1/24
	$\frac{3 - 4(a/l)^2}{24}$		$\frac{2ab}{3(3a+b)^2}$

Fonte: modificado (CLÍMACO, 2016, p.382).

Para a determinação aproximada da rigidez equivalente da seção homogeneizada em vigas de concreto armado, pode-se utilizar a equação 44, de acordo com o item 17.3.2.1.1 da NBR 6118:2014.

$$(EI)_{eq} = E_{cs} \cdot \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{II} \right\} \leq E_{cs} \cdot I_c \quad (44)$$

Onde:

M_r = momento de fissuração do elemento estrutural, cujo valor deve ser reduzido à metade no caso de utilização de barras lisas;

M_a = momento fletor na seção crítica do vão considerado, ou seja, o momento máximo no vão para vigas biapoiadas ou contínuas e momento no apoio para balanços, para a combinação de ações quase permanentes determinado pela equação 17;

I_c = momento de inércia da seção bruta de concreto;

I_{II} = momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II.

Segundo Bastos (2015), para a realização do o cálculo do momento de inércia no estágio II, dado pela equação 46, faz-se necessário conhecer a posição da linha neutra neste estágio, determinado conforme a equação 45.

$$\frac{b_w}{2} \cdot x_{II}^2 + \alpha_e \cdot (A_s + A'_s) \cdot x_{II} - \alpha_e \cdot (A_s \cdot d + A'_s \cdot d') = 0 \quad (45)$$

$$I_{II} = \frac{b_w \cdot x_{II}^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x_{II})^2 + \alpha_e \cdot A'_s \cdot (x_{II} - d')^2 \quad (46)$$

Onde:

x_{II} = posição da linha neutra no estágio II;

α_e = relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto $\left(\frac{E_s}{E_{cs}} \right)$.

2.2.8.3 Flecha deferida no tempo

A deformação devida às cargas de longa duração em função da fluência ($\delta_{t,\infty}$) pode ser calculada de forma aproximada multiplicando-se a flecha imediata para um determinado tempo inicial pelo fator α_f , conforme a equação 47 instituída por Chust e Figueiredo Filho (2014). O valor de α_f pode ser obtido pela equação 48, conforme o item 17.3.2.1.2 da NBR 6118:2014.

$$\delta_{t,\infty} = \delta_{t,0} \cdot (1 + \alpha_f) \quad (47)$$

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50\rho'} \quad (48)$$

A taxa de armadura comprimida (ρ') é definida pela equação 49:

$$\rho' = \frac{A'_s}{b_w \cdot d} \quad (49)$$

A variação do coeficiente em função do tempo ($\Delta\xi$) é definida na equação 50:

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0) \quad (50)$$

Em que:

t = tempo em meses que se deseja obter a flecha;

t_0 = tempo em meses de remoção das escoras.

O coeficiente em função do tempo em meses, pelo qual se deseja obter a flecha, pode ser calculado pela equação 51 para $t \leq 70$ meses ou adotado igual a 2 para $t > 70$ meses.

$$\xi(t) = 0,68 \cdot (0,996^t) \cdot t^{0,32} \quad (51)$$

2.2.9 Função custo

Soares (1997) em sua dissertação de mestrado, define uma função custo por unidade de comprimento (F_c), que depende das variáveis da seção transversal da viga de concreto armado, conforme a equação 52. As variáveis a serem otimizadas no problema de minimização são a altura da seção transversal e as áreas de armadura submetidas a esforços de tração e compressão.

$$F_c = b_w \cdot (d + d') \cdot C_c + (A_s + A'_s) \cdot \rho_s \cdot C_s + (b_w + 2 \cdot d) \cdot C_F \quad (52)$$

Onde:

b_w = Largura da viga;

d = Altura útil;

d' = distância da face comprimida ou tracionada ao centro geométrico da armadura determinado pela equação 40;

C_c = custo do concreto, por unidade de volume;

A_s = área de aço da armadura passiva tracionada;

A'_s = área de aço da armadura passiva comprimida;

ρ_s = massa específica do aço;

C_s = custo da armadura, por unidade de massa;

C_F = custo da fôrma, por unidade de área.

2.3 MODELAGEM E ANÁLISE ESTRUTURAL

2.3.1 Modelagem estrutural

A metodologia BIM (*do inglês, Building Information Modeling*) permite agregar dados ao modelo eletrônico da construção, inserindo informação na representação gráfica, tal metodologia ficou conhecido em português como Modelagem da Informação da Construção (RAFAEL et al., 2021).

Existem diversos softwares destinados à modelagem de estruturas que trabalham com a metodologia BIM, tais como o CYPECAD, EBERICK, REVIT e o TQS (GARCIA; SILVA, 2021).

Os elementos únicos ou peças isoladas de um sistema estrutural são denominados elemento estrutural. Os elementos estruturais, como lajes, vigas, pilares e fundações, quando arranjados ou combinados, dão origem aos sistemas estruturais, como pórticos, treliças, etc. (CHUST; FIGUEIREDO FILHO, 2014).

2.3.2 Análise de estruturas

Para poder facilitar a análise de uma estrutura, bem como a aplicação de modelos físicos e matemáticos, utiliza-se da técnica de discretização, que consiste em desmembrar a estrutura em elementos, cujo o comportamento é conhecido e de fácil entendimento (CHUST; FIGUEIREDO FILHO, 2014).

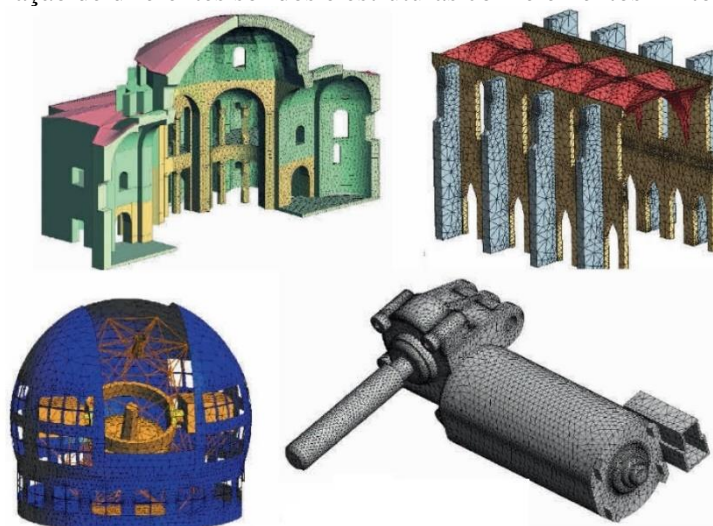
Conforme o item 14.2.1 da NBR 6118:2014, o objetivo da análise estrutural é determinar os efeitos das ações em uma estrutura, com a finalidade de efetuar verificações dos estados-limites últimos e de serviço. A análise estrutural permite estabelecer as distribuições de esforços internos, tensões, deformações e deslocamentos, em uma parte ou em toda a estrutura.

O 'software' Autodesk Robot utiliza o Método dos Elementos Finitos (MEF) para a realização da análise. Este tipo de método segundo Azevedo (2003) é amplamente utilizado para analisar o comportamento de sólidos com geometria arbitrária e determinar seu estado de tensão e deformação sob a influência de cargas externas, podendo ser baseado no método dos deslocamentos, em modelos de equilíbrio, ou em métodos híbridos e mistos.

A análise matricial de estruturas reticuladas trouxe uma sistematização do método clássico dos deslocamentos, unificando a metodologia para analisar uma variedade de estruturas reticuladas, como treliças planas e espaciais, vigas e grelhas, bem como pórticos planos e espaciais. No entanto, o MEF foi além, permitindo a formulação de problemas tanto para análise de estruturas reticuladas quanto para estruturas contínuas em duas e três dimensões (VAZ, 2011).

Um elemento finito de acordo com Oñate (2009), pode ser conceituado como uma porção limitada de um contínuo, sendo distinguido dos elementos infinitesimais do cálculo diferencial pela sua natureza 'finita'. Para representar a geometria do contínuo, utiliza-se uma montagem de elementos finitos, que consistem em elementos não sobrepostos com geometria simples. Em geral, triângulos e quadriláteros são empregados em duas dimensões, enquanto tetraedros e hexaedros são utilizados em três dimensões como representações dos elementos, conforme exemplificado na Figura 12. Essa estrutura, conhecida como 'malha' de elementos finitos, permite a discretização do problema.

Figura 12 - Discretização de diferentes sólidos e estruturas com elementos finitos.



Fonte: Modificado (OÑATE, 2009, p.4).

Atualmente, de acordo com Vaz (2011) há uma ampla variedade de programas comerciais altamente sofisticados disponíveis, capazes de realizar diversos tipos de análises

utilizando o MEF. Exemplos desses softwares incluem o SAP, o Ansys, o Abaqus, o Nastran, entre outros.

2.4 OTIMIZAÇÃO VIA ALGORITMOS GENÉTICOS

De acordo com Olivieri (2004), os métodos de otimização se classificam em dois grandes grupos: os métodos clássicos ou determinísticos e os métodos não determinísticos. Os métodos determinísticos, de forma geral, fazem o uso do cálculo de derivadas ou de derivadas parciais de segunda ordem. Os métodos não determinísticos fazem uso de técnicas que imitam o comportamento de fenômenos ou processos naturais encontrados na natureza.

Por se tratar de métodos não determinísticos, os algoritmos genéticos (AGs) não garantem a melhor solução. Portanto, o seu conjunto de técnicas é extremamente eficiente no critério de analisar o espaço de busca e encontrar uma solução muito próxima da ótima, satisfazendo condições pré-estabelecidas (GUERRA, 2008).

Segundo Coley (1999), durante os anos de 1950 e 1960, vários cientistas da computação tiveram ideais de sistemas computacionais que visavam imitar uma ou mais características da vida, na tentativa de criar populações (conjuntos) de soluções que pudessem resolver problemas reais de otimização em engenharia. No entanto, os algoritmos genéticos (AGs) foram, particularmente em sua essência, desenvolvidos por John Holland em 1960.

Os AGs foram inspirados em Charles Darwin, tanto na genética quanto na seleção natural, sendo capazes de ser aplicados em uma grande quantidade de problemas que podem estar associadas a diversas áreas do conhecimento, tais como medicina, robótica, reconhecimento facial e etc. A sua lógica de aplicação consiste basicamente de três operadores principais: seleção, cruzamento (crossover) e mutação (COLEY, 1999).

Segundo Linden (2012), os algoritmos genéticos (AGs) é uma técnica da inteligência computacional que se baseia no mundo natural para resolver problemas. Possuem uma capacidade de busca extremamente eficiente, analisando as variadas soluções e retornando as soluções próximas das soluções ótimas. A grande vantagem da sua utilização se dá pelo fato que essas soluções retornadas quase não necessitam da interferência humana.

Por não serem métodos de ‘hill climbing’, onde facilmente a soluções ficam presas em máximos ou mínimos locais, os AGs continuarão a realizar buscas no domínio informado até que as condições de parada sejam atendidas, assemelhando-se com a evolução natural, onde a resposta para o melhor indivíduo poderá estar em outro grupo de indivíduos pertencente à mesma população em situação de ‘ambiente’ diferente (LINDEN, 2012).

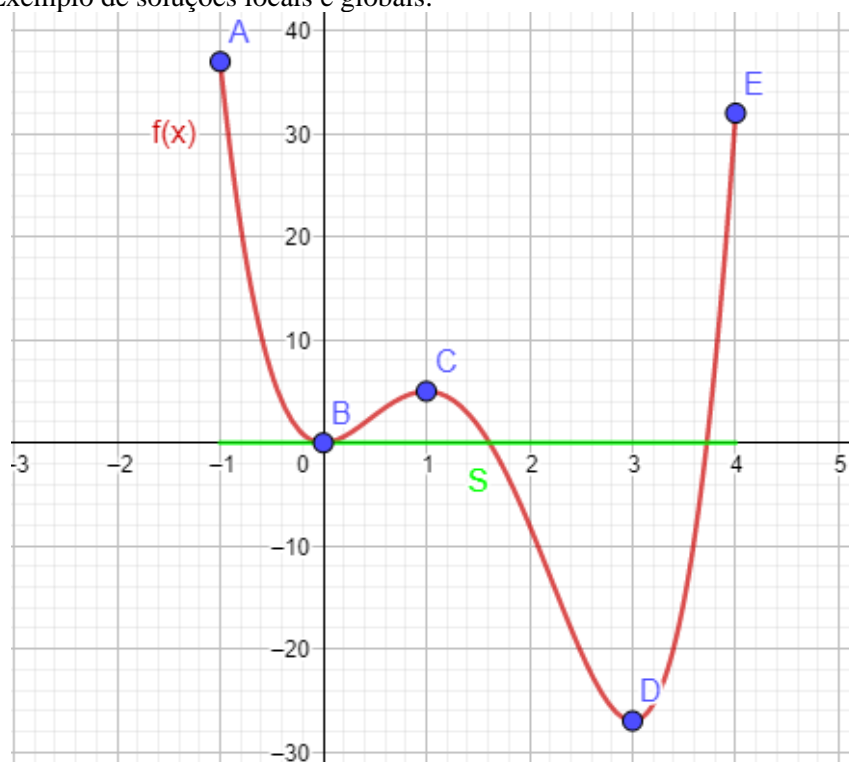
Sabemos que uma função pode descrever um espaço infinito, sem a restrição imposta por um domínio, a busca poderá nunca ter fim ou retornaria valores inviáveis (PEREIRA, 2020).

Seja c um número no domínio S de uma função f . Então $f(c)$ é valor **máximo global** de f em S se $f(c) \geq f(x)$ para qualquer x em s . Analogamente, $f(c)$ é valor de **mínimo global** de f em S se $f(c) \leq f(x)$ para qualquer x em s (ARORA, 2012).

Arora (2012) também faz definição de máximos e mínimos locais. Seja c um número no domínio S de uma função f . Então $f(c)$ é valor **máximo local** de f em S se $f(c) \geq f(x)$ para qualquer x próximo a c . Conseqüentemente, $f(c)$ é valor de **mínimo local** de f em S se $f(c) \leq f(x)$ para qualquer x próximo a c .

A Figura 13 mostra uma função objetivo $f(x) = 3x^4 - 16x^3 + 18x^2$ pertencente a um domínio $S = [-1; 4]$. Nota-se que ponto $A (-1; 37)$ é um ponto de máximo global de $f(x)$, uma vez que $f(-1) \geq f(x)$ para qualquer x em S . Podemos dizer então que -1 é um maximizador global. Desta forma os pontos $C (1; 5)$ e $E (4; 32)$ são pontos de máximo local para o domínio S . Analogamente, o ponto $D (3; -27)$ é um ponto de mínimo global, pois $f(3) \leq f(x)$ para qualquer x em S . Podemos dizer então que 3 é um minimizador global. Logo, o ponto $B (0; 0)$ é um ponto de mínimo local.

Figura 13 - Exemplo de soluções locais e globais.



Fonte: Autor.

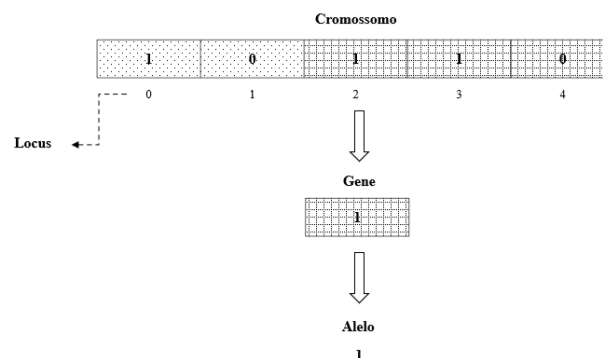
2.4.1 Terminologia

Os algoritmos genéticos são uma técnica mais especializada dos algoritmos evolucionários. Eles têm como princípio a utilização de processos naturais de evolução como parâmetros na modelagem de programas computacionais (LINDEN, 2012). Por serem uma técnica mais especializada, os AGs fazem analogia com alguns termos empregados na biologia (RIBEIRO, 2008). Sendo eles:

- ◆ População: são conjuntos de indivíduos, informado pelo usuário, que irá ser analisado para determinação das melhores soluções no espaço de soluções de cada problema;
- ◆ Indivíduos: são possíveis soluções do problema. É representado pelo cromossomo e pelas variáveis do problema;
- ◆ Cromossomo: é uma estrutura de dados que carrega a informação genética do indivíduo, os genes. Estas informações podem ser armazenadas, por exemplo, através de uma representação binária de comprimento finito;
- ◆ Gen ou Gene: é um parâmetro codificado no cromossomo, ou seja, um elemento do vetor que representa o cromossomo;
- ◆ Alelo: são os valores que os genes podem assumir. Se tratando de representação binária cada alelo poderá assumir o valor 0 ou 1;
- ◆ Locus: é a posição ocupada pelo gene dentro do cromossomo;
- ◆ Geração: é o número de iterações que o programa executa. As gerações mostram a evolução que as populações vão tendo ao longo do tempo;
- ◆ Aptidão: avalia a capacidade de um cromossomo em solucionar o problema apresentado.

A Figura 14 ilustra de forma sintética os termos empregados no desenvolvimento dos AGs.

Figura 14 - Cromossomo composto por 5 genes ocupados por alelos binários com o locus variando de 0 a 4.



Fonte: Autor.

2.4.2 Representação cromossomial

A representação cromossomial corresponde um modo de interpretar a informação de um dado problema para ser tratada pelo computador. A representação binária (0 e 1) é a mais usualmente utilizada (LINDEN, 2012).

Ao se tratar de problemas de engenharia, é comum lidarmos com variáveis contínuas que assumem valores reais. De acordo com Castilho (2003), o número de bits (N_b) pode ser obtido pela equação 53:

$$2^{N_b-1} \leq (L_s - L_i) \cdot 10^K \leq 2^{N_b} - 1 \quad (53)$$

Utilizando a propriedade dos logaritmos para isolar o número de bits, obtemos a equação 54:

$$N_b = \log_2[(L_s - L_i) \cdot 10^K + 1] \quad (54)$$

Onde:

L_s = limite superior no domínio do problema;

L_i = limite inferior no domínio do problema;

K = parâmetro de precisão do problema (2 para centímetro correspondente a uma precisão de 0,01 e 3 para milímetro correspondente a uma precisão de 0,001);

De acordo com Olivieri, (2004), para se converter um cromossomo da base 2 para a base 10, aplicamos a equação 55:

$$b_{10} = \sum_{i=0}^{N_b} b_i \cdot 2^i \quad (55)$$

Onde:

b_i = valor do número binário na posição i , iniciando-se da direita para a esquerda.

Para melhor compreender o mecanismo do funcionamento da codificação binária com variáveis contínuas, imaginemos um problema que envolva duas variáveis, x_1 e x_2 . Com x_1 pertencente ao intervalo [12,00 ; 30,00] e x_2 pertencente ao intervalo

[25,00 ; 40,00] com precisão $K = 2$. Aplicando a equação 54 para x_1 e x_2 , respectivamente, temos:

$$N_{b,x_1} = \log_2[(30 - 12) \cdot 10^2 + 1] \rightarrow N_{b,x_1} = 10,81 \text{ bits} \cong 11 \text{ bits}$$

$$N_{b,x_2} = \log_2[(40 - 25) \cdot 10^2 + 1] \rightarrow N_{b,x_2} = 10,55 \text{ bits} \cong 11 \text{ bits}$$

Portanto, uma possível solução inicial (S_I) para o problema pode ser um cromossomo (indivíduo) com 22 bits gerado randomicamente.

$$S_I = \underbrace{11001100000}_{x_1} \underbrace{01010110100}_{x_2}$$

Sendo cada variável identificada pelos seus respectivos valores em base binária, equivalente a um número inteiro na base decimal (b_{10}):

$$x_1 = 11001100000 \equiv b_{10} = 1632$$

$$x_2 = 01010110100 \equiv b_{10} = 692$$

Segundo Castilho (2003), a decodificação do valor binário de uma variável para o seu respectivo valor decimal dentro do intervalo fechado $[L_i ; L_s]$, pertencente ao domínio do problema em questão, é dado pela equação 56:

$$x_i = L_i + \frac{(L_s - L_i)}{2^{N_b} - 1} \cdot b_{10} \quad (56)$$

A fim de exemplificar a utilização da equação 56, o valor correspondente de x_1 e x_2 dentro dos seus respectivos intervalos é dado por:

$$x_1 = 12 + \frac{(30 - 12)}{2^{11} - 1} \cdot 1632 \rightarrow x_1 = 26,35$$

$$x_2 = 25 + \frac{(40 - 25)}{2^{11} - 1} \cdot 692 \rightarrow x_2 = 30,07$$

2.4.3 População inicial

Para Sivanandam e Deepa, (2008), uma população inicial nada mais é do que um conjunto de indivíduos. Eles serão responsáveis por determinar o espaço de busca pelo qual a análise ou avaliação da solução do problema começará. Para isso, é necessário apresentar uma alta variabilidade de informações, de forma que todas as regiões possam ser representadas inicialmente (FONSECA, 2007).

Conforme Fonseca (2007), a população inicial geralmente é gerada de maneira aleatória, não garantindo uma representação uniforme do espaço de busca. Uma população pequena pode ser insuficiente na representatividade de um espaço de busca, por outro lado, uma população grande pode ocasionar custos computacionais de tempo, processamento e memória desnecessários.

Independente de como uma população inicial é gerada, o mais importante é que a mesma possua uma boa diversidade genética, permitindo uma maior quantidade de informações iniciais possíveis, na tentativa de se obter mais rapidamente indivíduos mais aptos (TANOMARU, 1995).

Uma boa população inicial para a resolução de problemas, de acordo com Linden (2012), está dentro de um intervalo fechado de 50 a 70 indivíduos. No entanto, deve-se analisar individualmente a complexidade de cada problema e definir a população inicial mais adequada.

A fim de demonstrar o funcionamento da geração da população inicial, tomemos como exemplo a otimização de uma viga retangular de concreto armado, tendo como variáveis de entrada a base (b_w) e a altura (h), com uma população fixa de 4 indivíduos (vigas). Os valores da base e da altura seriam determinados randomicamente em codificação binária pelo algoritmo genético, conforme a Tabela 14.

Tabela 14 - Detalhamento dos indivíduos da população inicial.

Indivíduos	Cromossomos	Variáveis	
		b_w (cm)	h (cm)
1	00000001100 00000011001	12	25
2	00000010001 00000011110	17	30
3	00000010110 00000100011	22	35
4	00000011011 00000101000	27	40

Fonte: Autor.

2.4.4 Função de avaliação

A função de avaliação está diretamente ligada ao problema de otimização que se deseja obter pelo programador. Portanto, cada problema terá uma função de avaliação diferente, a qual deverá ser determinada de forma a representar bem a solução desejada, pois ela medirá o grau de sucesso ou grau de aptidão da solução de um problema em questão. Logo, a mesma deverá ser determinada com cuidado, devendo possuir todo o conhecimento acerca do problema estudado, pois, se determinada de forma equivocada, trará resultados que fogem do objetivo (LINDEN, 2012).

De acordo com Ribeiro (2008), a função avaliação $F(x)$ ou função aptidão avalia a capacidade de sobrevivência dos indivíduos da população durante o processo evolutivo. Tratando-se de problemas de otimização com restrições estruturais, a função pode ser determinada pela equação 57:

$$F(x) = f(x) + pen(x) \quad (57)$$

Onde:

$f(x)$ = função objetivo;

$pen(x)$ = função penalidade.

A função objetivo $f(x)$ está relacionada a algum parâmetro mensurável, como custo, peso ou tempo de realização de um determinado processo (NARQUES, 2019).

A função de penalidade $pen(x)$ tem como objetivo permitir que o AG possua a habilidade de solucionar problemas com restrições. Através desta função, o indivíduo somente será penalizado se alguma restrição for violada. Essa penalização poderá ser um número positivo ou negativo, cujo valor dependerá se o problema for de maximização ou minimização (FONSECA, 2007).

Quando o problema em questão, que se deseja otimizar e que é tratado pela função objetivo, não possuir nenhuma restrição, a penalidade será nula e, conseqüentemente, a função de avaliação será a própria função objetivo (CASTILHO, 2003).

Segundo Linden, (2012), nenhum elemento pode conter avaliação negativa ou nula, pois isso influenciaria na soma das avaliações, gerando erros no processo de seleção, já que é difícil associar um determinado espaço na roleta no processo de seleção para números negativos ou nulo. Outro fator importante é que os AGs são técnicas de maximização. Caso

se deseje minimizar, devemos inverter a função avaliação da seguinte forma, dada pela equação 58:

$$G(x) = \frac{1}{F(x)} \quad (58)$$

Dando continuidade ao exemplo proposto na geração da população inicial para a otimização de uma viga retangular de concreto armado, adotamos uma função objetivo que calcula os custos de concreto e aço para cada viga, tendo como restrição somente a sua deflexão total máxima permitida. Caso a restrição não seja atendida, a função aptidão será penalizada com um valor de 300 reais. A Tabela 15 resume o funcionamento da função avaliação do AG.

Tabela 15 - Resumo da função avaliação.

Ind.	Variáveis (cm)		Custo (R\$)		$f(x)$	Restrição	$Pen(x)$	$F(x)$	$G(x)$
	b_w	h	Concreto	Aço		Deflexão	K = 300		
1	12	25	50	20	70	NÃO OK	300	370	$2,70 \times 10^{-3}$
2	17	30	88	26	114	NÃO OK	300	414	$2,42 \times 10^{-3}$
3	22	35	126	32	158	OK	0	158	$6,33 \times 10^{-3}$
4	27	40	164	38	202	OK	0	202	$4,95 \times 10^{-3}$

Fonte: Autor.

2.4.5 Critérios de parada

O AG é um processo iterativo, e seu critério de parada é definido pelo programador. Segundo Olivieri (2004), os principais critérios de parada são:

- ◆ número de gerações ou tempo limite para processamento;
- ◆ quando já se conhece previamente o valor ótimo da função-objetivo, o critério de parada é a obtenção deste valor;
- ◆ convergência, isto é, quando não ocorrer melhoramento significativo no cromossomo de maior aptidão;
- ◆ quando um alto percentual de população possuir o mesmo valor de função aptidão.

2.4.6 Seleção

De acordo com Coley (1999), os indivíduos devem passar por um escalonamento linear antes da seleção, de forma dinâmica, para que se haja uma diversidade das aptidões dos indivíduos nas fases mais distantes das gerações futuras. Isso permite uma diversidade

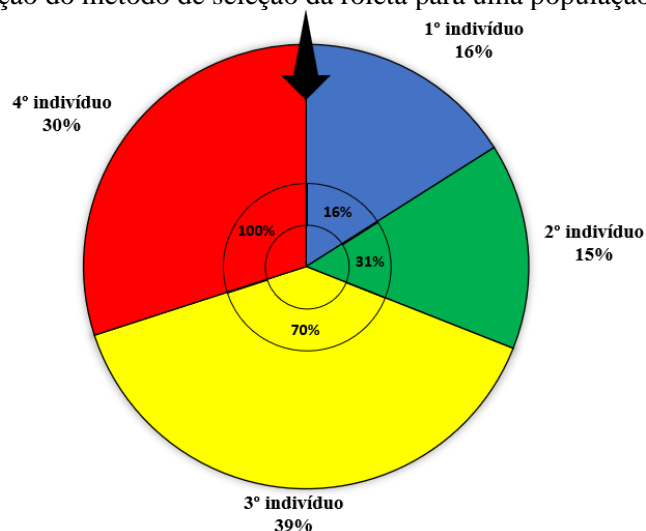
genética e possibilita a escolha de indivíduos menos aptos, aumentando a obtenção de variedade de resultados nas futuras gerações.

Para Linden (2012), o método de seleção dos pais deve se aproximar do comportamento da seleção natural, que é dependente de fatores probabilísticos. As características genéticas para a criação de um indivíduo bem adaptado às vezes podem estar contidas em um cromossomo com baixo valor aptidão. Por isso, é importante permitir que pais menos aptos também tenham a possibilidade de gerar filhos, mesmo que seja em uma quantidade menor que os pais mais bem adaptados.

Existem várias técnicas que podem ser utilizadas como critério de processo de seleção dos indivíduos de uma determinada população. As principais técnicas de seleção utilizadas, segundo Castilho (2003), são: seleção por rank, seleção da roleta e seleção por torneio.

O critério da roleta viciada, representado na Figura 15, é o mais comum dentre as técnicas de seleção utilizadas, onde cada indivíduo recebe um valor (peso) correspondente de 0 a 100% em função ao seu grau de adaptabilidade dentro do ecossistema computacional. Desta forma, os indivíduos mais aptos receberão valores mais próximos de 100%, o que aumenta sua probabilidade de serem selecionados (COLEY, 1999).

Figura 15 - representação do método de seleção da roleta para uma população com 4 indivíduos.



Fonte: Autor.

Segundo Guerra (2008), o método de seleção utilizando-se da roleta viciada possui como desvantagem uma alta variância, podendo um mesmo cromossomo ser selecionado repetidas vezes devido possuir uma maior área de seleção na roleta. Esse fato pode ocasionar uma convergência precoce do AGs para uma solução não ótima, podendo ficar preso em soluções locais, conforme exemplificado da Figura 13.

De acordo com Castilho (2003), a probabilidade de seleção (P_i) de um cromossomo com aptidão F_i , em uma população de tamanho N_{pop} , é dada pela equação 59.

$$P_i = \frac{F_i}{\sum_{i=1}^{N_{pop}} F_i} \quad (59)$$


Com a obtenção da probabilidade de seleção P_i , determina-se a probabilidade acumulada (q_i) de cada cromossomo, de acordo com a equação 60.

$$q_i = \sum_{j=1}^i P_j \quad (60)$$

Computacionalmente, através da lógica de programação, girar a roleta é equivalente a gerar aleatoriamente um número $r \in [0, 1]$. Se $r \leq q_1$, então o primeiro cromossomo é selecionado; caso contrário, é selecionado o i -ésimo cromossomo (CASTILHO, 2003).

Dando continuidade ao exemplo proposto da otimização do custo de uma viga de concreto armado, a Tabela 16 representa um exemplo hipotético do funcionamento da roleta viciada com 4 indivíduos (vigas), de acordo com a Figura 15, com suas respectivas aptidões (G_i), probabilidades de seleção individual (P_i) e probabilidade de seleção acumulada (q_i), onde uma nova população é gerada.

Tabela 16 - Seleção via roleta viciada.

População	$G_i(x)$	P_i	Giro da roleta	q_i	r	Nova população
1	$2,70 \times 10^{-3}$	0,16			0,16	0,82
2	$2,42 \times 10^{-3}$	0,15	0,31		0,37	3
3	$6,33 \times 10^{-3}$	0,39	0,70		0,95	4
4	$4,95 \times 10^{-3}$	0,30	1,00		0,14	1
$\sum G_i(x) =$		$1,64 \times 10^{-2}$				

Fonte: Autor.

2.4.7 Operadores genéticos

De acordo com Linden (2012), os operadores genéticos são formas de aproximações computacionais que simulam fenômenos que ocorrem na natureza, como a reprodução sexuada e a mutação genética.

Apesar do ambiente ser o mesmo computacionalmente, os operadores genéticos (crossover, mutação) simulam a alteração do indivíduo que estaria em contato com o

ecossistema, gerando novos indivíduos, podendo estes serem mais aptos do que as gerações anteriores (LINDEN, 2012).

2.4.7.1 Crossover

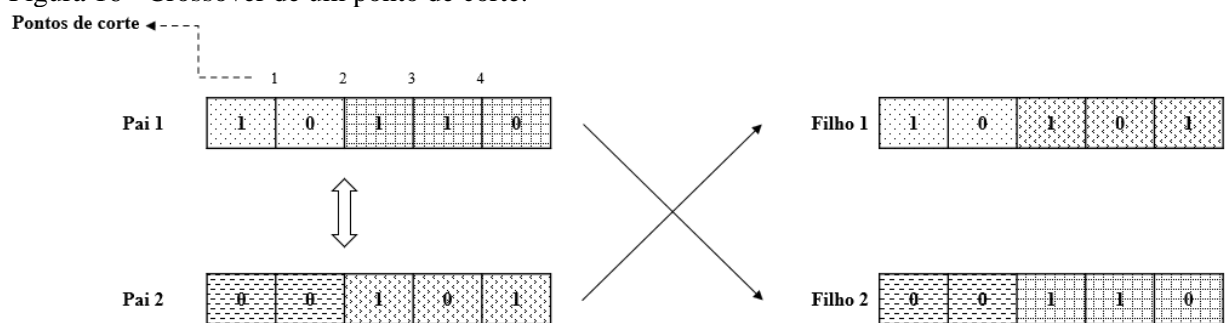
O crossover ou cruzamento possui como finalidade simular a reprodução sexuada que ocorre na natureza entre dois indivíduos, combinando partes de genoma dos dois genitores. Onde os dois primeiros indivíduos (genitores) são denominados de ‘pais’ e após a reprodução sexuada, são gerados os ‘filhos’. A fim de facilitar a implementação do processo de crossover, os pais sempre darão origem a dois filhos.

Existem várias técnicas de cruzamento, a maioria delas utilizam a representação binária, tais como: crossover de um ponto; crossover de multipontos; crossover uniforme e crossover de variável a variável (CASTILHO, 2003).

Dentre das técnicas de aplicação do crossover (recombinação genética), a mais simples entre elas, segundo Linden (2012), é o crossover de um ponto, que consiste basicamente em aplicar um ponto de corte entre dois genes de um cromossomo pertencente aos pais. No caso do exemplo da Figura 16, o valor do ponto de corte será igual a 2. Cada indivíduo de n genes contém n-1 pontos de corte, ou seja, um indivíduo com 5 genes possuirá 4 pontos de corte possíveis. O valor da posição do ponto de corte (variando de 1 até 4) é determinado de forma aleatória ou randômica, separando o cromossomo em duas partes não necessariamente simétricas se o número de genes for par.

O primeiro filho receberá, por exemplo, os genes à esquerda do ponto de corte do pai 1 e os genes à direita do ponto de corte do pai 2, podendo receber mais características de um pai do que de outro, assemelhando-se com a reprodução sexuada. Já o segundo filho receberá os genes à esquerda do ponto de corte do pai 2 e os genes à direita do ponto de corte do pai 1.

Figura 16 - Crossover de um ponto de corte.



Fonte: Autor.

Sabemos que na natureza, nem sempre ocorrerá um processo de cruzamento quando um macho e uma fêmea se encontrarem. Por isso, serão determinadas duas variáveis no

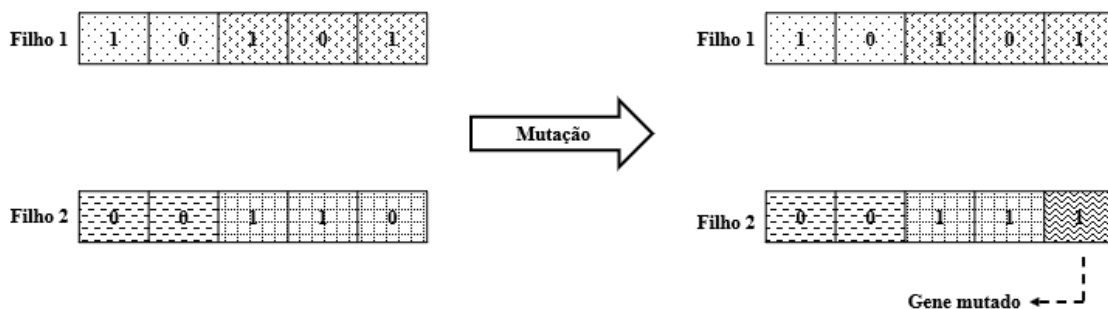
código do algoritmo genético. A primeira será a probabilidade de cruzamento (p_{cruz}) e a segunda será o valor do cruzamento ($cruzar$). Se p_{cruz} for elevado, maiores serão as chances de os pais escolhidos realizarem o processo de crossover ao se encontrarem pela primeira vez. Compete ao programador determinar a probabilidade de cruzamento de acordo com o seu problema a ser otimizado (PEREIRA, 2020).

2.4.7.2 Mutação

A mutação tem como objetivo criar diversidade genética, realizando aleatoriamente a modificação de um gene dentro de um indivíduo. Proporcionando, segundo Coley (1999), a diminuição da possibilidade de os resultados ficarem estagnados em mínimos ou máximos locais, respeitando uma condição de probabilidade para que isso ocorra. De acordo com Linden (2012), essa probabilidade é entorno da ordem de 0,5%, onde um número flutuante entre 0 e 1 é sorteado. Se o número sorteado for menor que a probabilidade definida, então o operador irá efetuar a mutação sobre o gen, ocorrendo o processo para todos o gens pertencentes aos dois filhos.

Existem várias técnicas na aplicação do operador de mutação, tais como: mutação flip, dupla troca e de sequência reversa (PEREIRA, 2020). Se tratando de cromossomo binario, conforme Bernardino (2008), pode-se trocar (flip) o valor (alelo) de 0 por 1, de acordo com Figura 17.

Figura 17 - Processo de mutação de um gene de um cromossomo.



Fonte: Autor.

O operador de mutação irá introduzir e manter a diversidade genética da população, levando mais informações acerca do domínio estudado e evitando que o AGs caia em uma região de mínimo ou de máximo local (OLIVIERI, 2004). Cabe salientar que a mutação é um processo irreversível na estrutura do gene, e o seu resultado pode ser benéfico, maléfico ou neutro, cabendo à função objetivo avaliar.

2.4.8 Reintegração elitista e módulo de população

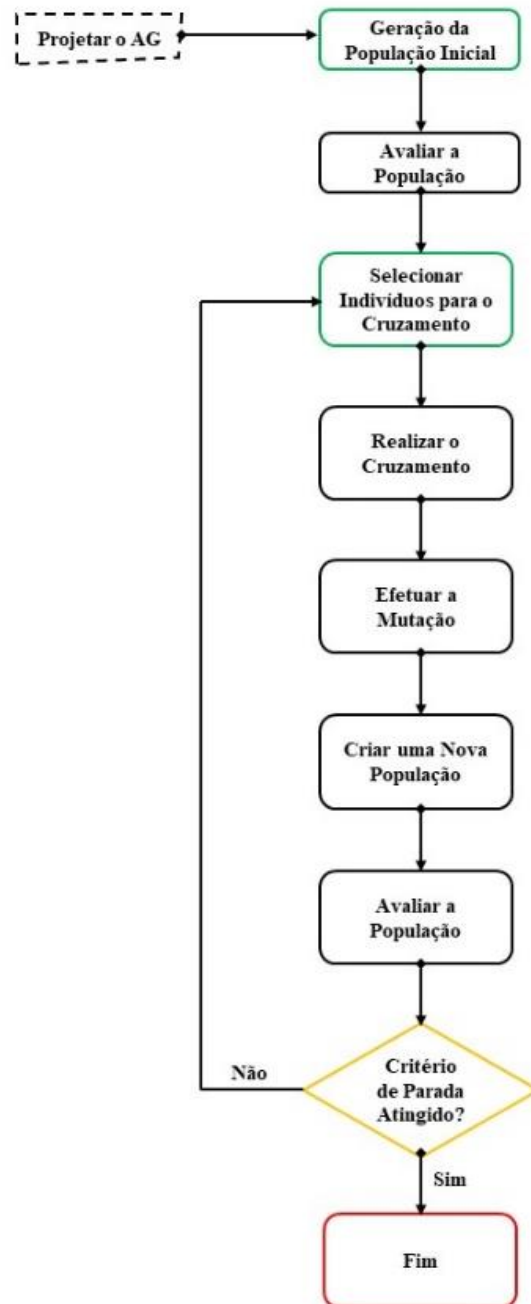
De acordo com Linden (2012), o elitismo é uma técnica de reintegração para garantir o desempenho crescente dos melhores indivíduos no transcorrer das gerações. Os N melhores indivíduos não devem ser descartados durante a sua geração atual, passando assim para as próximas gerações, carregando consigo suas características genéticas.

Desta forma, conforme Heitkötter (1999), o uso do elitismo assegura que o valor da avaliação da população nunca decresça em relação a geração atual e as próximas gerações. Copiando os melhores indivíduos da geração atual para as próximas gerações, onde os mesmos levarão consigo suas informações genéticas contidas nos cromossomos, imitando assim o processo de evolução natural Darwinista.

No transcorrer da atuação dos operadores genéticos, novos filhos irão sendo criados e armazenados na memória em um espaço auxiliar. Em um determinado momento, devido as sucessivas gerações, o número de filhos será igual ao número de indivíduos que compõem a população inicial. Portanto, a fim de manter a população estável, aplica-se o módulo de população, descartando os pais e copiando os filhos, substituindo na memória o espaço anteriormente ocupado pelos pais. Assim, os filhos se tornarão os pais da nova geração (LINDEN, 2012).

Conhecendo o comportamento geral de cada etapa dos algoritmos genéticos, que já foram apresentados até o momento, e sua terminologia, podemos resumir o seu processo de funcionamento em um fluxograma, representado na Figura 18, seguindo a lógica da execução do programa.

Figura 18 - Fluxograma de um Algoritmo Genético.



Fonte: adaptado de (FALCONE, 2004).

3 MATERIAIS E MÉTODOS

Será apresentado na Tabela 17 o resumo da metodologia empregada no presente trabalho, incluindo os procedimentos, etapas seguidas e materiais.

Tabela 17 - Resumo da metodologia empregada.

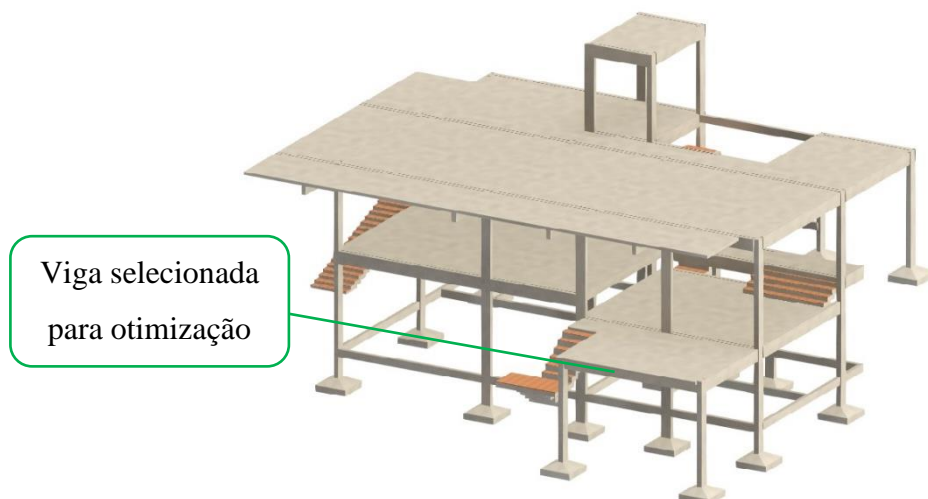
Modelagem Estrutural	
Software:	Revit versão estudante 2023
Metodologia:	BIM
Análise Estrutural	
Combinação de Ações para ELU:	Últimas normais
Combinação de Ações para ELS:	Combinação quase permanente
Método:	Elementos finitos
Sistema Estrutural:	Reticulado formado por pórticos
Elemento Estrutural:	Viga de concreto armado
Vinculação:	Biapoiada
Carregamento:	Distribuído uniformemente
Software:	Robot versão estudante 2024
Otimização Estrutural	
Tipo:	Minimização
Método:	Não-determinístico
Computação Evolutiva:	Algoritmos genéticos
Tamanho da População Inicial:	70
Comprimento do Cromossomo:	25 bits
Método de Seleção:	Método da roleta
Número de Indivíduos Selecionados:	14 (20 %)
Tipo de Cruzamento:	Cruzamento de um ponto
Probabilidade de Cruzamento:	70 %
Tipo de Mutação:	Flip (Troca)
Probabilidade de Mutação:	50 %
Elitismo:	Sim
Critério de Parada:	500 gerações
Linguagem de Programação:	Python 3.10.7

Fonte: Autor.

3.1 MODELAGEM DA ESTRUTURA

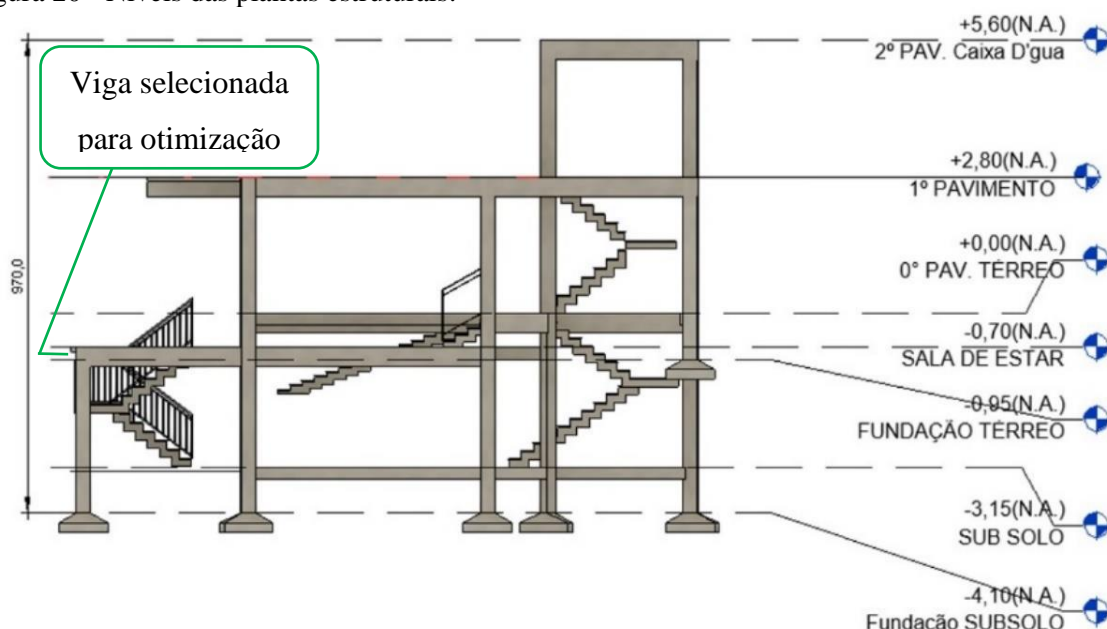
No presente trabalho, optou-se em utilizar a versão estudante do Autodesk Revit 2023 para a modelagem de uma estrutura correspondente a uma residência de alto padrão, conforme ilustrado na Figura 19 e Figura 20. O critério da escolha da residência para a modelagem foi devido à mesma possuir carregamentos elevados na varanda, corresponde a localização da viga escolhida para a otimização.

Figura 19 - Vista isométrica estrutural de uma residência de alto padrão.



Fonte: Autor.

Figura 20 - Níveis das plantas estruturais.

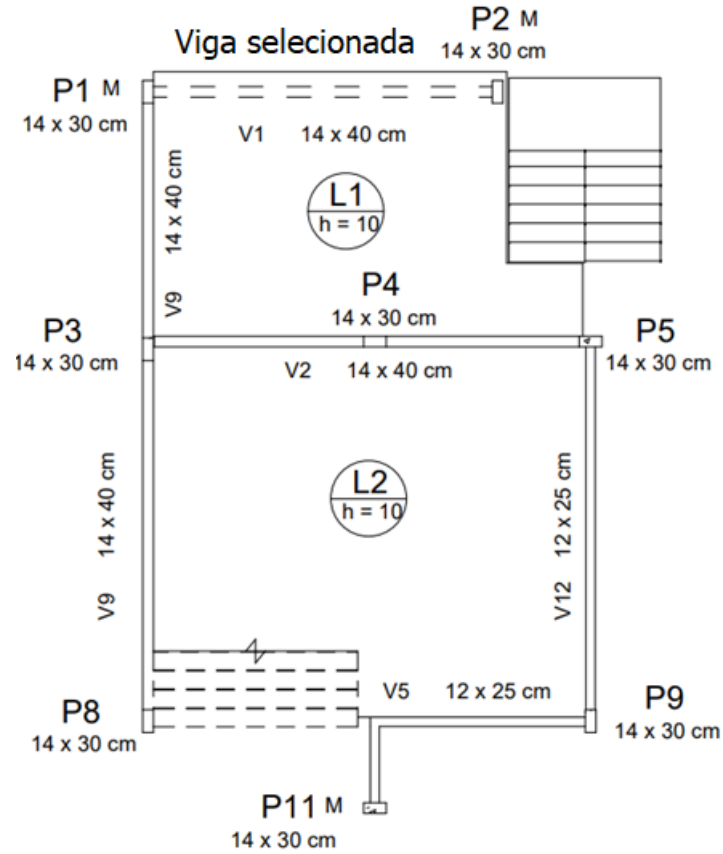


Fonte: Autor.

A estrutura adotada possui sistema estrutural do tipo reticulado (pórticos espaciais) de concreto armado (CA). As fundações são do tipo sapata isolada, os pilares e as vigas possuem seção retangular, e as lajes são do tipo maciças.

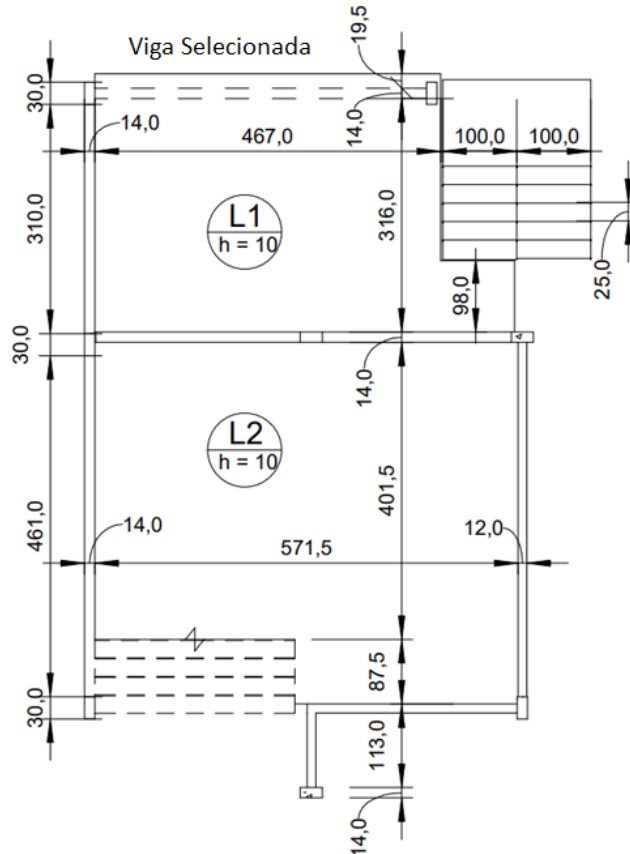
Foram adotadas medidas mínimas em conformidade com as normas técnicas para os elementos estruturais, com o objetivo de realizar uma representação inicial em planta e garantir que as vigas e pilares fiquem previamente embutidos na arquitetura, conforme ilustrado na Figura 21. A viga biapoiada selecionada para obtenção de uma seção otimizada está representada na Figura 21e na Figura 22 por linhas tracejadas.

Figura 21 - Planta de fôrma do nível da sala.



Fonte: Autor.

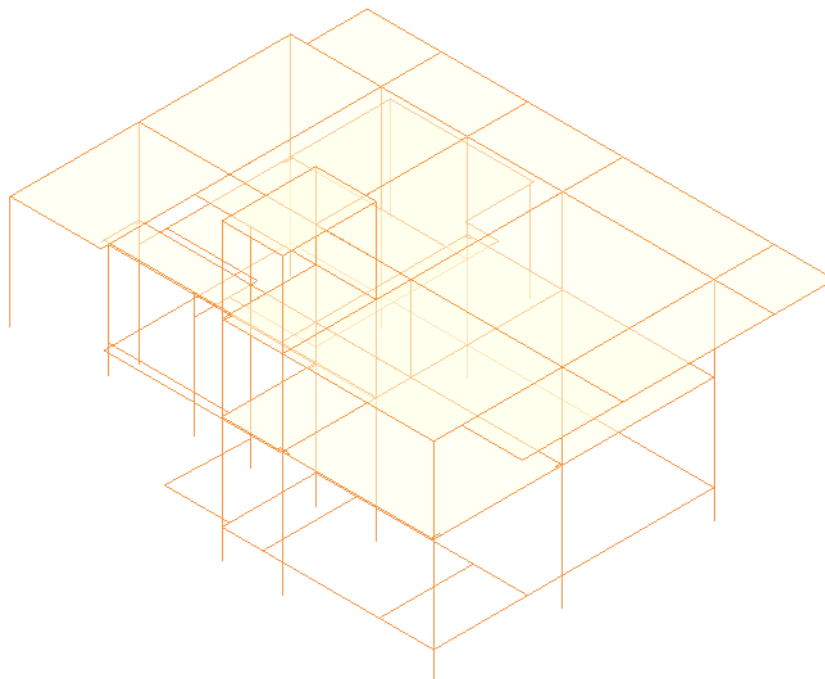
Figura 22 – Cotas da planta de fôrma correspondente ao nível da sala de estar.



Fonte: Autor.

O objetivo do procedimento de modelagem é exportar o modelo analítico para uma análise estrutural mais precisa da viga de concreto armado selecionada para otimização, como mostrado na Figura 23.

Figura 23 - Modelo analítico da estrutura.



Fonte: Autor.

3.2 ANÁLISE DA ESTRUTURA

A análise estrutural foi realizada através do software Autodesk Robot 2024, versão estudante, que já faz a inclusão do peso próprio da estrutura. As cargas aplicadas serão resumidas na Tabela 18.

Tabela 18 - Resumo de todas as cargas aplicadas na edificação.

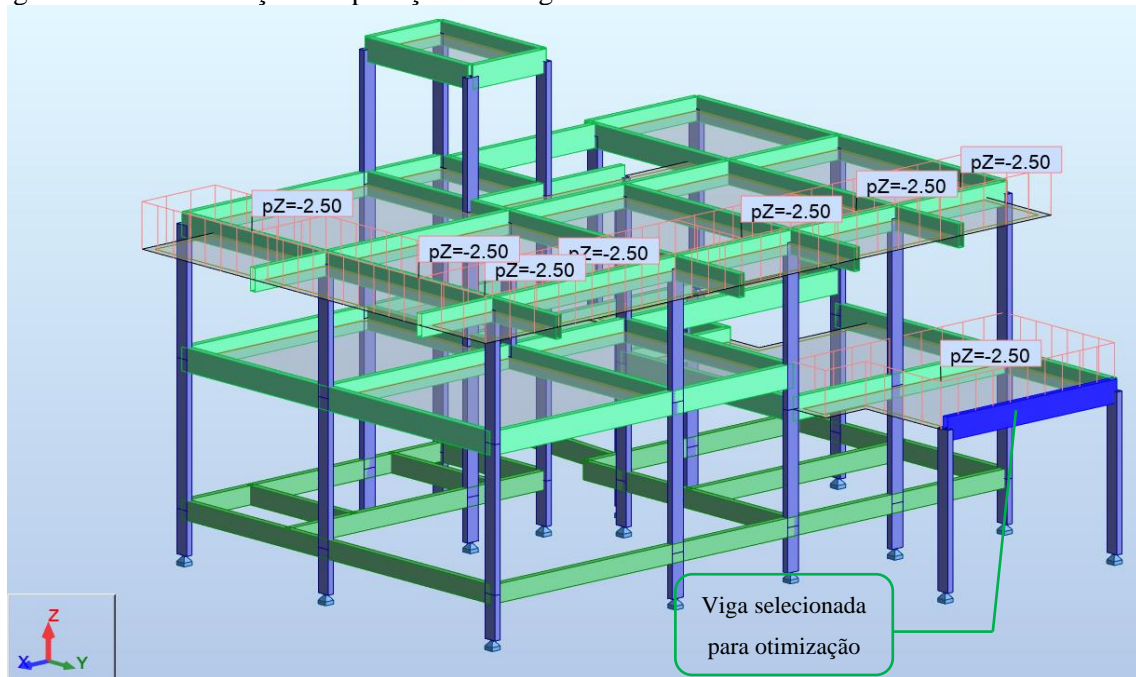
Nome da Carga	Valor	Observação
Peso Próprio	Varia	Laje, Pilar e viga.
Permanente CX D'água	$PZ = -5,03 \text{ kN/m}^2$	Volume de 3000 L
Varanda 1	$PZ = -2,50 \text{ kN/m}^2$	Anexo A - Tabela 27
Varanda 2	$PZ = -2,00 \text{ kN/m}$	Anexo A - Tabela 27 Índice J
Varanda 3	$Fh = 1,00 \text{ kN/m}$	Anexo A - Tabela 28
Dormitórios/Sala, copa, cozinha	$PZ = -1,50 \text{ kN/m}^2$	Anexo A - Tabela 27
Despensa / Area de serviço	$PZ = -2,00 \text{ kN/m}^2$	Anexo A - Tabela 27
Revestimento cerâmico	$PZ = -1,00 \text{ kN/m}^2$	Anexo A - Tabela 29
Contra Piso	$PZ = -1,20 \text{ kN/m}^2$	5 cm de espessura
Carga de Parede na Laje	Varia	Depende da laje
Carga de Parede na Viga	$PZ = -6,15 \text{ kN/m}$	Dimensões do bloco 9 x 19 x 19 cm
Força do Vento Paralelo a X	Varia	Apêndice A - Figura 33
Força do Vento Paralelo a Y	Varia	Apêndice A - Figura 34

Legenda: PZ = Carga na direção Z; Fh = Força na direção horizontal.

Fonte: Autor

Todas as cargas resumidas na Tabela 18 foram aplicadas através da equação 16 para combinações ultimas normais no ELU e pela equação 17 para combinação quase permanentes de ações para verificação no ELS. A título de compreensão de visualização da aplicação das cargas, é mostrada a aplicação das cargas da varanda 1, conforme a Figura 24. A viga em destaque, na cor 'azul escuro', foi o elemento estrutural selecionado para otimização, em conformidade com a Figura 22.

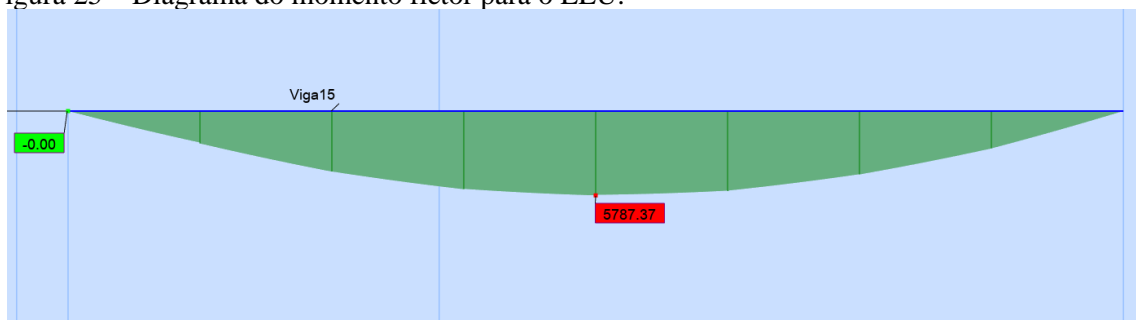
Figura 24 - Demonstração de aplicação das cargas da varanda 1 no software Robot.



Fonte: Autor.

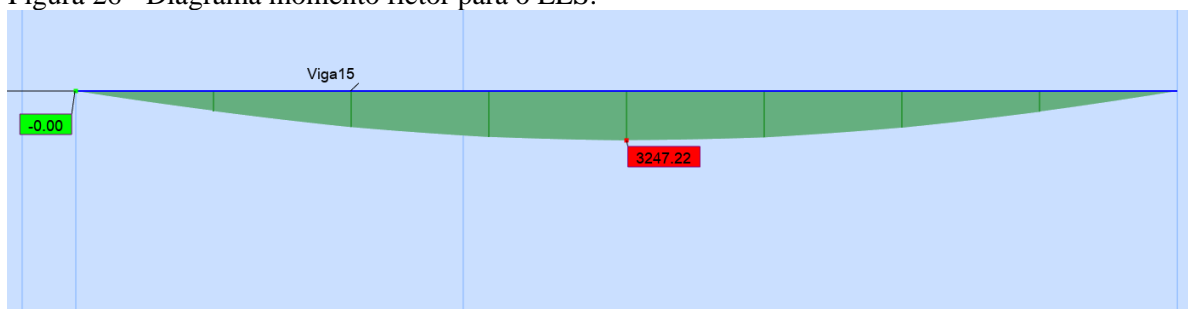
A viga de concreto armado selecionada para a análise apresentou um momento máximo de $5787,37 \text{ kN.cm}$ para combinações ultimas normais no ELU e um momento máximo de $3247,22 \text{ kN.cm}$ para combinação quase permanentes de ações para no ELS, conforme a Figura 25 e Figura 26.

Figura 25 – Diagrama do momento fletor para o ELU.



Fonte: Autor.

Figura 26 - Diagrama momento fletor para o ELS.



Fonte: Autor.

3.3 OTIMIZAÇÃO DA VIGA VIA ALGORITMO GENÉTICO

A implementação do algoritmo genético foi realizada através da linguagem Python, versão 3.10.7, com base no algoritmo desenvolvido por Pereira (2020). O algoritmo desenvolvido, denominado AG_VIGA, aplica de forma abrangente os fundamentos da Programação Orientada a Objetos, utiliza a biblioteca NumPy (<https://numpy.org/>) para manipulação de vetores e matrizes, e a biblioteca pandas (<https://pandas.pydata.org/>), que possibilita carregar os dados de uma planilha do Excel em um objeto chamado DataFrame.

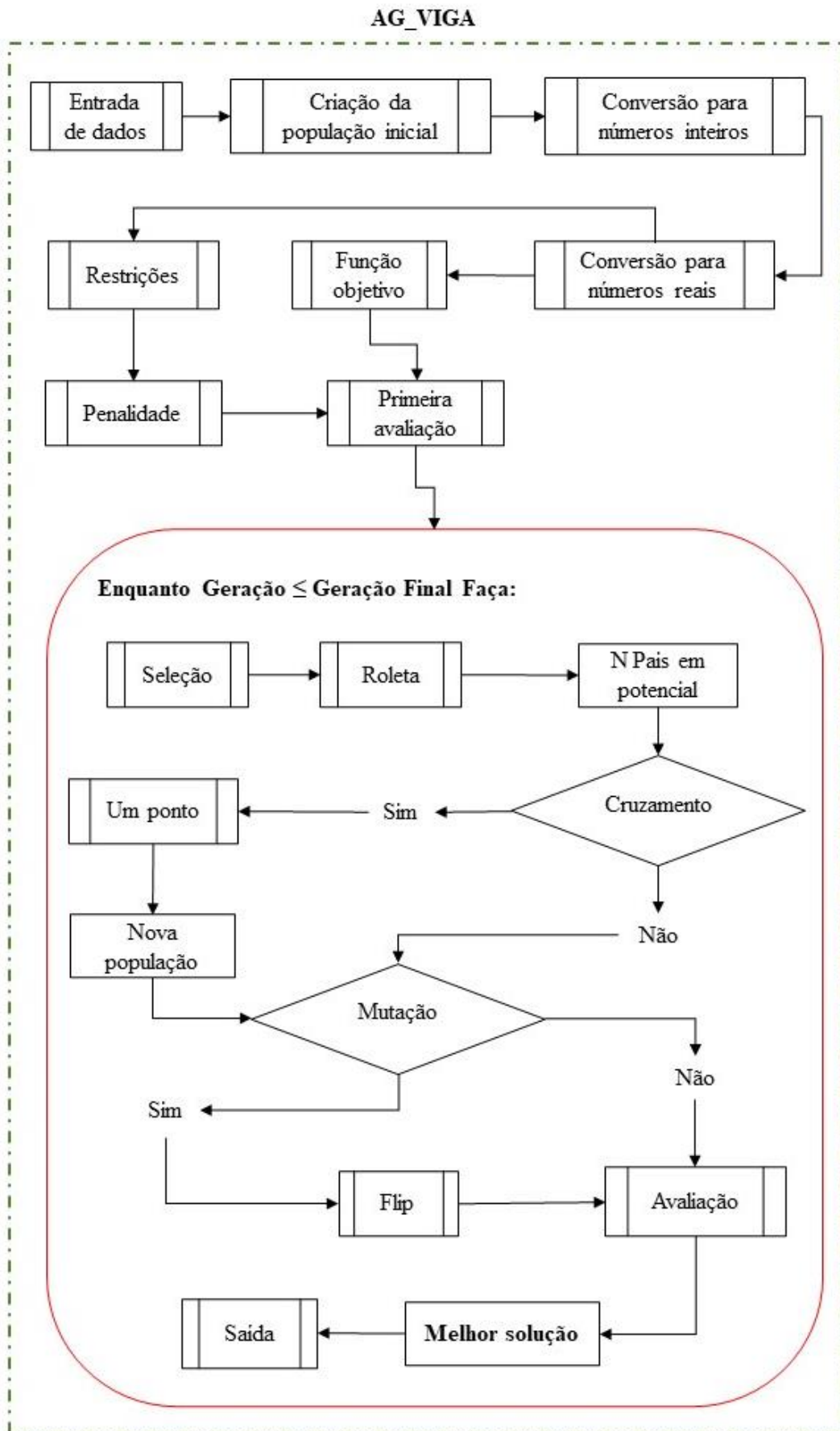
Para a geração de gráficos em duas e três dimensões, bem como animações que representam a evolução dos indivíduos, foi utilizada a biblioteca Matplotlib (<https://matplotlib.org/>). O código completo pode ser acessado por meio do link e do código QR disponíveis na Figura 35 do apêndice A.

A Figura 27 resume o funcionamento do programa AG_VIGA. Primeiramente, é realizado, através de uma função, a leitura do arquivo do Excel com os dados de entrada. Posteriormente, cria-se uma população inicial. Essa população inicial é uma matriz de números binários, onde as linhas representam o número de indivíduos e as colunas representam os genes.

A matriz de números binários contém as informações da altura útil e da área de aço à qual desejamos otimizar. Para a aplicação destas variáveis, é necessário decodificar essas informações primeiramente para números inteiros e posteriormente para números reais.

Os números reais serão decodificados dentro do intervalo fechado pertencente ao domínio da função objetivo considerando-se uma precisão de 0,01 e serão enviados simultaneamente para a função objetivo e para a função restrição. Na função objetivo, serão calculados os custos das vigas de concreto armado, enquanto na função restrição, será verificado se essas vigas, geradas aleatoriamente, não satisfazem alguns dos critérios das restrições impostas pelo ELU e pelo ELS determinados pela NBR 6118:2014.

Figura 27 - Fluxograma do funcionamento do AG_VIGA.



Fonte: Autor.

Caso alguma viga de concreto armado não atenda a alguma restrição, as restrições violadas serão enviadas para a função penalidade, que terá como objetivo penalizar as vigas que não atenderam às exigências impostas.

A primeira avaliação será então realizada. A função avaliação é constituída pelo produto da função objetivo pela função penalidade. As vigas de concreto armado que foram penalizadas conseqüentemente terão uma aptidão inferior em relação às que não foram penalizadas, ou seja, que atenderam a todas as restrições impostas.

Após a primeira avaliação, as aptidões são enviadas para o método de seleção via roleta viciada. As vigas de concreto armado que foram penalizadas, conseqüentemente, terão uma menor aptidão, resultando em uma menor probabilidade de serem selecionadas.

Após o processo de seleção, uma subpopulação é selecionada. Essa subpopulação representa N pais em potencial que poderão gerar filhos por meio da recombinação genética, caso ocorra o processo de cruzamento através do método de um ponto de corte. Esses filhos farão parte da nova população.

A nova população é enviada para o processo de mutação. Caso ocorra o processo de mutação, ele será do tipo Flip (troca), ou seja, troca-se o alelo contido no gene. Sendo assim, esta nova população que foi submetida aos operadores genéticos é enviada para a avaliação, na qual será avaliada para determinar a melhor solução.

A melhor solução é enviada para uma função de saída que irá gravar as informações do indivíduo mais apto da melhor geração em um arquivo do Excel.

Caso a subpopulação que representa os N pais em potencial não seja submetida aos operadores genéticos de cruzamento e mutação, será realizada a avaliação dessa população sem nenhuma modificação, determinando a melhor solução e enviando-a para a função de saída.

A partir da etapa de seleção, o processo se repetirá enquanto a geração atual for menor ou igual à geração final determinada pelo programador.

3.3.1 Desenvolvimento da função objetivo

A função custo desenvolvida por Soares (1997), instituída pela equação 52, retorna o custo por unidade de comprimento. Para obtermos o custo total, é necessário multiplicarmos pelo vão efetivo através da aplicação da equação 19.

A função objetivo, dada pela equação 61, é uma função que representa o custo de uma viga de concreto armado de seção retangular, podendo ser composta de armadura simples ou armadura dupla.

$$f(d, A_s) = [b_w \cdot (d + d') \cdot C_c + (A_s + A'_s) \cdot \rho_s \cdot C_s + (b_w + 2 \cdot d) \cdot C_F] \cdot l_{ef} \quad (61)$$

Afim de facilitar a passagem do vibrador e proporcionar uma boa execução da concretagem da viga de concreto armado, será limitado em 50% a área de aço submetida a compressão em relação à área de aço submetida a tensões de tração, de acordo com a equação 62 (SOARES, 1997).

$$A'_s = \frac{A_s}{2} \quad (62)$$

3.3.2 Determinação dos parâmetros de entrada da função objetivo

Os valores de b_w , d' , C_c , C_s , C_F e l_{ef} são obtidas através de uma rotina 'input_dados ()', dentro do AG_VIGA, ao qual será lido um arquivo de nome e extensão 'entrada.xlsx'. A Figura 36 e a Figura 37, no apêndice A, mostram a tela de entrada de dados completa.

A viga de concreto armado, a qual será otimizada, possui como parâmetros uma estrutura dimensionada no perímetro urbano, com classe de agressividade ambiental igual a II, obtida de acordo com a Tabela 3.

O valor do cobrimento nominal corresponde à classe de agressividade ambiental definida será de 3 cm para as vigas de concreto armado, conforme exposto na Tabela 5.

De acordo com a Tabela 4, para uma classe de agressividade ambiental II, a NBR 6118:2014 exige um $f_{ck} \geq 25 \text{ MPa}$. Logo, será adotado um $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$.

Será adotada, em função da arquitetura, uma largura $b_w = 15 \text{ cm}$, a fim de que as vigas fiquem embutidas na alvenaria acabada. O aço utilizado será do tipo CA-50, e os estribos adotados terão um diâmetro de 0,63 cm. O valor estimado do diâmetro da barra longitudinal será de 1,25 cm (nervuras de 0,05 cm) tracionada ou comprimida, quando a estrutura necessitar de armadura dupla. Com esses dados, é possível estimar o valor da distância da face comprimida ou tracionada ao centro geométrico da armadura comprimida, aplicando-se a equação 39.

$$d' = C_{nom} + \phi_t + \phi_l/2 \rightarrow d' = 3 + 0,63 + (1,25 + 0,05)/2 \rightarrow d' \cong 5 \text{ cm}$$

Os materiais necessários para a confecção de uma viga de concreto armado terão os seguintes valores, de acordo com a Tabela 30 no anexo A, obtidos através da pesquisa de

mercado na cidade de Barreiras-BA. Para a determinação do custo do concreto por unidade de volume, adotou-se um traço de 1: 5: 6 (cimento, areia e brita). A descrição dos custos que serão utilizadas na função objetivo encontra-se na Tabela 19:

Tabela 19 - custos que serão utilizadas na função objetivo.

Descrição do custo	Unidade	Valor
Custo do concreto de 25 MPa, por unidade de volume	R\$/m ³	445,72
Custo da armadura CA-50, por unidade de massa	R\$/Kg	10,26
Custo da fôrma Pinus, por unidade de área	R\$/m ²	27,52

Fonte: Autor.

O vão efetivo ou teórico da viga que será otimizada é obtido através da aplicação da equação 19, com os valores de l_0 , a_1 e a_2 referente à Figura 22.

$$l_{ef} = l_0 + a_1 + a_2 \rightarrow 467 + \frac{14}{2} + \frac{14}{2} \rightarrow l_{ef} = 481 \text{ cm}$$

Os resultados serão registrados por meio de uma função denominada 'output ()', utilizando um arquivo de nome e extensão 'saida.xlsx', conforme apresentado na Figura 38 do apêndice A.

3.3.3 Determinação do domínio da função objetivo

A altura da viga a ser otimizada será pré-fixada dentro de um intervalo de 30 cm a 90 cm. O valor da altura útil mínima (d_{min}) e o valor da altura útil máxima (d_{max}), correspondentes às alturas pré-fixadas, podem ser obtidos, respectivamente, através da aplicação da equação 40, da seguinte forma:

$$d = h - d' \rightarrow d_{min} = 30 - 5 \rightarrow d_{min} = 25 \text{ cm}$$

$$d = h - d' \rightarrow d_{max} = 90 - 5 \rightarrow d_{max} = 85 \text{ cm}$$

O valor da armadura mínima será determinado em função da taxa mínima obtida através da Tabela 11 para o concreto com $f_{ck} = 50 \text{ MPa}$, sendo a maior resistência característica possível dentro das classes do concreto do grupo I. A área da seção transversal da viga considerada para o cálculo da armadura mínima está relacionada à menor seção possível pré-definida. Ao aplicarmos a equação 22, obtemos:

$$A_{s,min} = \rho_{min} \cdot A_c \rightarrow A_{s,min} = 0,208 \% \cdot (15 \cdot 30) \rightarrow A_{s,min} \cong 1,00 \text{ cm}^2$$

A armadura longitudinal máxima ($A_{s,m\acute{a}x}$) será determinada levando em considerao a limitao de 50% da armadura comprimida, conforme a equao 62. A rea da seo transversal da viga considerada para o cáculo da armadura máxima está relacionada  maior seo possível pré-definida. Ao aplicarmos a equao 23, obtemos:

$$A_s + A'_s \leq 0,04 \cdot A_c \rightarrow A_s + \frac{A_s}{2} \leq 0,04 \cdot (15 \cdot 90) \rightarrow A_{s,m\acute{a}x} = 36 \text{ cm}^2$$

A funo objetivo definida pela equao 61 possui como parâmetro duas variáveis, sendo elas a altura útil e a área de aço. Com $d \in [25 \text{ cm}, 85 \text{ cm}]$ e $A_s \in [1 \text{ cm}^2, 36 \text{ cm}^2]$, com precisão de 0,01 ($K = 2$). Para determinarmos o número de bits (genes) que irá representar o indivíduo, aplica-se a equao 54 para d e A_s , respectivamente:

$$N_b = \log_2[(L_s - L_i) \cdot 10^K + 1] \rightarrow N_{b,d} = \log_2[(85 - 25) \cdot 10^2 + 1] \rightarrow N_{b,d} \cong 13 \text{ bits}$$

$$N_b = \log_2[(L_s - L_i) \cdot 10^K + 1] \rightarrow N_{b,A_s} = \log_2[(36 - 1) \cdot 10^2 + 1] \rightarrow N_{b,A_s} \cong 12 \text{ bits}$$

Uma possível soluço inicial (S_I) para a otimizao de uma viga de concreto armado pode ser um cromossomo (indivíduo) representado com 25 bits (genes) gerados aleatoriamente. Os primeiros 13 bits representarão a variável d , e os 12 últimos bits representarão a variável A_s .

Para a aplicao das variáveis d e A_s na funo objetivo, representadas por números binários, as mesmas terão que ser convertidas em número inteiro, aplicando a equao 55, e, por fim, convertidas em variáveis reais dentro de seus respectivos domínios, aplicando a equao 56. Tal procedimento  realizado para todos os indivíduos da populao inicial gerados randomicamente dentro do código do AG_VIGA, pelas rotinas ‘bin ()’ e ‘xy ()’ implementadas.

3.3.4 Desenvolvimento das restries

A funo penalidade deverá conter as principais restries do elemento estrutural, levando em considerao a sua capacidade máxima resistente ao momento fletor, deformao total admissível, taxa de armadura máxima longitudinal e armadura longitudinal mínima. A rotina dentro do AG_VIGA com a implementao das restries foi denominada de ‘restricao ()’.

3.3.4.1 Restrição do momento fletor

A forma mais econômica de uma seção de concreto armado, conforme relatado por Vianna (2003), é aquela em que a ruptura ocorre com a seção normalmente armada, ou seja, é quando o ELU está situado no domínio de deformação limite entre o 3 e 4.

De acordo com Chust e Figueiredo Filho (2014), em um problema em que se conhece as dimensões de uma viga de concreto armado, o tipo de concreto, o tipo de aço e a sua área utilizada, o domínio de deformação em que se obtém o máximo momento fletor resistente é aquele em que o valor da linha neutra é o maior possível dentro das limitações impostas pela NBR 6118:2014, conforme a inequação da equação 18.

Logo, podemos restringir a linha neutra no valor máximo possível permitido pela NBR 6118:2014, afim de garantir que a viga de concreto armado apresente as condições mínimas de ductibilidade e o máximo momento fletor resistente possível. Da inequação da equação 18, resulta a equação 63:

$$x = 0,45 \cdot d \quad (63)$$

Para a obtenção do momento resistente máximo ($M_{R,máx}$), será substituída a equação 63 na equação 36, resultando na equação 64:

$$M_{R,máx} = 0,25 \cdot f_{cd} \cdot d^2 \cdot b_w + \sigma'_{sd} \cdot A'_s \cdot (d - d') \quad (64)$$

No domínio de deformação 3, com $\varepsilon_{cd} = 3,5 \text{ ‰}$, o aço de categoria CA-50 na região comprimida do concreto terá alcançado uma deformação mínima de $2,07 \text{ ‰}$, ou seja, $\varepsilon_{cd} > \varepsilon'_{sd} \geq \varepsilon_{yd}$, atingindo o valor de f_{yd} , conforme representado na Figura 4 . Logo, podemos aplicar a equação 9 para calcular σ'_{sd} , como se segue:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{50}{1,15} \rightarrow f_{yd} = 43,48 \text{ kN/cm}^2$$

Substituindo o valor de f_{yd} na equação 64, obtemos a equação 65 que apresenta a restrição do momento máximo resistente ou momento resistente de cálculo ($M_{R,d1}$), que deverá ser igual ou maior que o momento solicitante de cálculo ($M_{s,d}$), a fim de que não ultrapasse o ELU definido pelo domínio de deformação.

$$M_{R,d1} = \underbrace{0,25 \cdot f_{cd} \cdot d^2 \cdot b_w}_{M_1} + 43,478 \cdot A'_s \cdot (d - d') \quad (65)$$

Analogamente à determinação da equação 65, obtemos a equação 66, com a substituição da equação 63 e do resultado obtido por meio da aplicação da equação 9 na equação 38.

$$M_{R,d2} = 43,48 \cdot A_s \cdot (d - 0,18 \cdot d) \quad (66)$$

Os valores de d e A_s serão determinados randomicamente pelo AG_VIGA, pertencente ao domínio da função objetivo, enquanto que o valor de $M_{s,d}$ será um dado de entrada obtido pela função 'input_dados ()' dentro do AG_VIGA, conforme ilustrado pela Figura 36 do apêndice A.

A primeira parcela da equação 65 representa o momento fletor limite resistido apenas pela área comprimida do concreto armado, sendo denominado de ' M_1 ' dentro da rotina 'restricao ()' do código do AG_VIGA. Será considerado a contribuição da armadura comprimida para aumentar o momento resistente proporcionado pela região comprimida da viga de concreto armado se o valor do momento solicitante de cálculo for maior que o momento limite resistido pela viga de concreto armado sem armadura dupla, ou seja, o valor de A'_s será calculado pela equação 62 se $M_{sd} > M_1$.

Em suma, podemos definir as duas primeiras restrições r_1 e r_2 , respectivamente, que farão parte da função penalidade. Para que a viga de concreto armado não seja penalizada, as seguintes restrições devem ser satisfeitas conforme a equação 67 e equação 68 (CASTILHO, 2003):

$$\frac{M_{sd}}{M_{R,d1}} - 1 \leq 0 \quad (67)$$

$$\frac{M_{sd}}{M_{R,d2}} - 1 \leq 0 \quad (68)$$

Isso significa que, se $M_{sd} > M_{R,d}$, a viga estará sendo submetida a um esforço solicitante maior do que o elemento estrutural pode resistir, sendo necessário penalizar esse

elemento estrutural para que ele seja considerado um indivíduo mal avaliado dentro da população.

3.3.4.2 Restrição da deformação

O momento de fissuração será verificado através da aplicação da equação 42 para os valores da altura útil dentro do intervalo do domínio da função objetivo. Caso o momento fletor na seção crítica determinado para a combinação de ações quase permanentes seja maior que o momento de fissuração, isso implicará que a viga estará trabalhando em serviço no estágio II.

Desenvolvendo a equação do momento de inércia (I_c) e a distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada (y_t), em função da altura útil, obtemos a equação 69 e a equação 70:

$$I_c = \frac{b_w \cdot (d + d')^3}{12} \quad (69)$$

$$y_t = \frac{(d + d')}{2} \quad (70)$$

Para o estado limite de deformação excessiva (ELS-DEF), f_{ct} será determinado pela aplicação da equação 1. O valor do coeficiente β é de 1,5 para seção retangular. Substituindo o valor do coeficiente β na equação 42, obtemos a equação 71, com I_c e y_t calculados, respectivamente pela equação 69 e equação 70.

$$M_r = \frac{1,5 \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} \quad (71)$$

Se $M_a < M_r$, com M_r calculado pela equação 71, a viga de concreto armado analisada estará trabalhando em serviço no estágio I. Caso $M_a \geq M_r$, a viga de concreto armado estará trabalhando em serviço no estágio II. O valor de M_a será um dado de entrada obtido pela função 'input_dados ()' dentro do AG_VIGA, ilustrado na Figura 36 do apêndice A.

Será desenvolvida uma formulação para a determinação da flecha imediata e da flecha diferida ao longo do tempo, considerando a hipótese de que a viga de concreto armado estará submetida em serviço no estágio I.

O módulo de elasticidade inicial será obtido por meio da aplicação da equação 4, utilizando o valor de α_E obtido pela função 'input_dados ()' dentro do AG_VIGA, conforme ilustrado na Figura 36 do apêndice A. Para a viga de concreto armado escolhida para otimização, será considerando o calcário como agregado graúdo.

O cálculo do módulo de elasticidade secante do concreto é determinado pela equação 5. O valor do coeficiente α é de 5/48 para viga biapoiada, obtido de acordo com a Tabela 13. Substituindo os valores de α na equação 43, obtemos a formulação para a determinação da flecha imediata expressa pela equação 72, considerando a hipótese de que a viga estará em serviço no estágio I:

$$\delta_{t,0,est_I} = \frac{5 \cdot M_a \cdot l_{ef}^2}{48 \cdot E_{cs} \cdot I_C} \quad (72)$$

A taxa de armadura comprimida (ρ') é obtida através da aplicação da equação 49, com A'_s calculada pela equação 62.

Aplicando a equação 51 para a obtenção do coeficiente correspondente ao tempo de remoção do escoramento em função de um mês, temos:

$$\xi(t) = 0,68 \cdot (0,996^t) \cdot t^{0,32} = 0,68 \cdot (0,996^1) \cdot 1^{0,32} \rightarrow \xi(t) = 0,68$$

Aplicando a equação 50, obtém-se a variação do coeficiente em função do tempo $\Delta\xi$, considerando o tempo desejado para obter a flecha total maior que 70 meses e o tempo desejado de um mês para obter a flecha imediata ao remover o escoramento:

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0) = 2 - 0,68 \rightarrow \Delta\xi = 1,32$$

Substituindo os valores de $\Delta\xi$ na equação 48, obtém-se uma formulação numérica do valor de α_f em função de ρ' através da equação 73.

$$\alpha_f = \frac{1,32}{1 + 50 \cdot \rho'} \quad (73)$$

A formulação para obtenção da flecha total ou flecha deferida ao longo do tempo, considerando como hipótese que a viga de concreto armado está no estágio I, será

determinada substituindo a equação 72 e a equação 73 na equação 47, resultando na equação 74:

$$\delta_{t,\infty,est_I} = \frac{5 \cdot M_a \cdot l_{ef}^2}{48 \cdot E_{cs} \cdot I_c} \cdot \left(1 + \frac{1,32}{1 + 50\rho'}\right) \quad (74)$$

Para a determinação da flecha imediata e flecha deferida ao longo do tempo, considerando a hipótese de que a viga de concreto armado está em serviço no estágio II, primeiro determina-se o valor de α_e , definido como a razão entre o módulo de elasticidade do aço e o módulo de elasticidade secante do concreto.

A posição da linha neutra no estágio II é obtida por meio da equação 45, com A'_s determinado pela equação 62. A'_s será calculada pela equação 62 se $M_{sd} > M_1$. Caso contrário, se $M_{sd} \leq M_1$, $A'_s = 0$.

Os valores de d' e b_w serão obtidos por meio da função 'input_dados ()' dentro do AG_VIGA, conforme ilustrado na Figura 36 do apêndice A. Esses valores serão substituídos na equação 45 obtendo a linha neutra no estágio II. Posteriormente, essa linha neutra será substituída na equação 46 para obter o momento de inércia no estágio II.

Substituindo o valor de M_a na equação 44, também obtido por meio da função 'input_dados ()' dentro do AG_VIGA, ilustrado na Figura 36 do apêndice A, obtemos a rigidez equivalente da seção homogeneizada. Neste cálculo, os valores de E_{cs} , I_c , M_r e I_{II} são calculados respectivamente pelas equações 5, 69, 71 e 46.

Se o valor da rigidez equivalente da seção homogeneizada for maior que a rigidez da seção bruta do concreto, devemos adotar a menor rigidez, ou seja, se $(EI)_{eq} > E_{cs} \cdot I_c$, então $(EI)_{eq} = E_{cs} \cdot I_c$.

A equação 75 representa a flecha imediata no estágio II em função da rigidez equivalente, obtida através da substituição do valor de α obtido conforme a Tabela 13 na equação 43.

$$\delta_{t,0,est_{II}} = \frac{5 \cdot M_a \cdot l_{ef}^2}{48 \cdot (EI)_{eq}} \quad (75)$$

A equação para obtenção da flecha total ou flecha deferida ao longo do tempo, considerando como hipótese que a viga de concreto armado encontra-se no estágio II, será

determinada substituindo a equação 75 e a equação 73 na equação 47, resultando na equação 76:

$$\delta_{t,\infty,est_{II}} = \frac{5 \cdot M_a \cdot l_{ef}^2}{48 \cdot (EI)_{eq}} \cdot \left(1 + \frac{1,32}{1 + 50 \cdot \rho'}\right) \quad (76)$$

A flecha limite adotada (δ_{limite}) será em função de efeitos visuais ($l/250$), conforme a Tabela 12. Em suma, será definido a terceira restrição (r_3) da função penalidade, conforme apresentador por Castilho (2003), dado pela equação 77:

$$\frac{\delta_i}{\delta_{limite}} - 1 \leq 0 \quad (77)$$

Onde:

δ_i = flecha total da viga analisada, calculada pela equação 74, se $M_a < M_r$, caso contrário, será calculada pela equação 76.

3.3.4.3 Restrição da taxa de armadura máxima

Desenvolvendo a inequação da armadura longitudinal máxima, definida pela equação 23, obtemos a quarta restrição (r_4) representada pela equação 78 (CASTILHO, 2003).

$$\frac{A_s + A'_s}{b_w \cdot (d + d')} - 0,04 \leq 0. \quad (78)$$

Denominando a taxa de armadura máxima de $\rho_{m\acute{a}x}$, a equação 78 torna-se a equação 79:

$$\rho_{m\acute{a}x} - 0,04 \leq 0 \quad (79)$$

A armadura comprimida será calculada pela equação 62 se $M_{sd} > M_1$. Caso contrário, se $M_{sd} \leq M_1$, $A'_s = 0$.

3.3.4.4 Restrição da taxa de armadura mínima

A quinta restrição (r_5), instituída pela equação 80, irá penalizar os indivíduos que não satisfizerem o critério da armadura mínima, estabelecida pela equação 22.

$$\frac{A_s}{b_w \cdot (d + d')} - \rho_{min} \geq 0 \quad (80)$$

Diferentemente das demais restrições, o indivíduo será penalizado se $r_5 < 0$. A taxa de armadura mínima ρ_{min} será um parâmetro de entrada da função ‘input_dados ()’, conforme ilustrado na Figura 36 do apêndice A.

3.3.5 Desenvolvimento da função penalidade

Será definido e calculado um coeficiente de violação (V) para cada indivíduo, conforme proposto por Rajeev e Krishnamoorthy (1992). É importante observar que a equação 81 representa uma penalização aplicada aos indivíduos que não atenderam a alguma das restrições. Essa penalização é atribuída aos indivíduos cujos valores das restrições r_1, r_2, r_3 e r_4 , os quais devem ser negativos ou nulos, resultaram em valores positivos. Ou seja, se $r_i > 0$, então $v_i = r_i$; caso contrário, $v_i = 0$. Para a restrição r_5 , será considerado o valor absoluto da violação do indivíduo.

$$V = \sum_{i=1}^m v_i \quad (81)$$

Onde:

m = número de restrições;

v_i = valor da violação do indivíduo analisado.

Finalmente, a função penalidade que considera todas as restrições definidas é representada pela equação 82, instituída por Rajeev e Krishnamoorthy (1992), onde o valor da constante 10 foi o valor adequado para todos os problemas apresentados em seu artigo.

$$Pen(x) = (1 + 10 \cdot V) \quad (82)$$

A função penalidade foi implementada dentro da rotina ‘penalidade ()’ no AG_VIGA.

3.3.6 Desenvolvimento da função avaliação

A função avaliação $F(x)$ ou função aptidão, representada pela rotina ‘avaliacao ()’ dentro do AG_VIGA, é a função que avaliará a capacidade de sobrevivência dos indivíduos da população durante o processo evolutivo, sendo determinada através da equação 83, com $f(x)$ calculado através da equação 61 (RAJEEV; KRISHNAMOORTHY, 1992).

$$F(x) = f(x) \cdot (1 + 10 \cdot V) \quad (83)$$

Como o objetivo da otimização da viga de concreto armado é obter o menor custo possível, e conseqüentemente a seção ótima correspondente, o problema de otimização é do tipo de minimização. Portanto, devemos substituir a equação 83 na equação 58, resultando na equação 84.

$$G(x) = \frac{1}{f(x) \cdot (1 + 10 \cdot V)} \quad (84)$$

3.4 PROBLEMAS PARA VALIDAÇÃO E OTIMIZAÇÃO

Para a validação dos momentos fletores, determinados pela equação 65 e equação 66, que é utilizada para a determinação da primeira e segunda restrição estabelecida pela equação 67 e equação 68, será realizada uma comparação com os resultados obtidos em dois problemas iniciais, problemas 1 e 2, encontrados na literatura.

Para validarmos as deformações no estágio I, determinadas pela equação 72, e no estágio II, determinadas pela equação 76, que corresponderá à terceira restrição, serão comparados os resultados obtidos pelo AG_VIGA para os problemas 3 e 4 com o software Ftool, versão 4.00.04, desenvolvido por Martha (2018), e com a literatura.

Para a validação da taxa de armadura máxima $\rho_{m\acute{a}x}$, que faz parte da quarta restrição determinada pela equação 79, e da área de aço mínima $A_{s,min}$, que faz parte da quinta restrição determinada pela equação 80, respectivamente, serão considerados os dados dos problemas 1 e 2, os mesmos problemas que serão utilizados para a validação dos momentos fletores.

Para a validação do código completo do AG_VIGA, serão considerados os problemas 3, 4, 5 e 6, para uma população inicial de 70 indivíduos com 25 bits. Considerando uma subpopulação de 20 % da população inicial selecionada pelo método da roleta viciada e enviada para o processo de cruzamento e mutação, conforme ilustrado na Figura 27. Foi

adotada uma probabilidade de cruzamento de 70 % e uma probabilidade de mutação de 50% ao longo de 500 gerações. Esses dados de entrada podem ser visualizados na Figura 37 do apêndice A.

Por fim, será realizada a otimização de uma viga de concreto armado de acordo com o problema 7, confeccionada em ambiente urbano, levando em consideração a sua agressividade ambiental e os custos provenientes do concreto, aço e fôrma, referentes ao valor de mercado encontrado na cidade de Barreiras, Bahia, conforme a Tabela 19.

Como os AGs não garantem a melhor solução por se tratar de métodos não determinísticos. Para a realização da otimização do custo da viga de concreto armado confeccionada, referente a uma residência de alto padrão conforme a Figura 19, Figura 20, Figura 21 e Figura 24, serão obtidas três soluções do AG_VIGA para 500 gerações, a fim de selecionar o melhor resultado.

3.4.1 Problema 1

O primeiro problema foi obtido de Chust e Figueiredo Filho (2014, p.146), o qual trata de uma viga de concreto armado com armadura dupla. A viga possui um $M_{s,d}$ de 63000 kN.cm, seção retangular com largura b_w de 12 cm e altura útil d de 29 cm, com aço CA50 e f_{ck} de 20 MPa. Considerando o diâmetro dos estribos de 6 mm e barras longitudinais (comprimidas ou tracionadas) de 10 mm de diâmetro, e cobrimento igual a 2,5 cm, conforme a Tabela 5 para vigas situadas em ambientes com CAA I, de acordo com a Tabela 3. A viga possui um A_S de 5,93 cm² e uma A'_S de 2,43 cm².

3.4.2 Problema 2

O segundo problema foi extraído de Clímaco (2016, p.153). Trata-se de uma viga de concreto armado de seção retangular com largura b_w de 15 cm e altura útil d de 36 cm, sujeita a um $M_{s,d}$ de 10500 kN.cm. Admitindo-se o emprego do aço CA-50 e concreto com resistência f_{ck} de 25 MPa, a viga está submetida a uma CAA I, conforme instituída na Tabela 3, resultando em um cobrimento igual a 2,5 cm, de acordo com a Tabela 5. O diâmetro dos estribos é de 5 mm e d' é de 4 cm. A viga possui um A_S de 8,07 cm² e um A'_S de 1,25 cm².

3.4.3 Problema 3

O terceiro problema foi extraído de Pinheiro (2015, p.1) e consiste em uma viga de concreto armado biapoiada em um edifício residencial. A viga possui uma largura b_w de 22 cm, um vão equivalente l_{ef} de 410 cm, concreto C25, aço CA-50, altura útil d de 35,5 cm, d' de 4,5 cm, classe II de agressividade ambiental (c_{nom} de 3 cm, conforme a Tabela 5). O

$M_{s,d}$ é de 10296 kN.cm, o momento fletor na seção crítica no ELS para combinações quase permanente M_a é de 6325 kN.cm, o módulo de elasticidade secante do concreto E_{cs} é de 2400 kN/cm². A área de armadura passiva tracionada A_s é de 7,78 cm². A flecha calculada δ foi de 1,97 cm, e a flecha limite δ_{limite} é de 1,64 cm.

3.4.4 Problema 4

O quarto problema é uma viga de concreto armado biapoiada extraída de Clímaco (2016, p.377), com vão efetivo equivalente l_{ef} de 800 cm, classe de agressividade ambiental moderada, sujeita a um $M_{s,d}$ de 30000 kN.cm e um M_a de 25200 kN.cm. A seção é retangular possui uma largura b_w de 25 cm, altura h de 80 cm, altura útil d de 75 cm, utiliza aço CA-50, concreto com resistência f_{ck} de 25 MPa, módulo de elasticidade secante do concreto E_{cs} de 2400 kN/cm². A área de armadura passiva tracionada A_s é de 15,75 cm². A flecha calculada δ foi de 3,25 cm e a flecha limite δ_{limite} é de 3,20 cm.

3.4.5 Problema 5

O quinto problema trata-se de uma viga contínua de concreto armado obtida de Chust e Figueiredo Filho (2014, p.201). Possui uma largura b_w de 25 cm, f_{ck} de 20 MPa, aço CA-50, classe de agressividade ambiental II, vão equivalente l_{ef} de 800 cm, estribos com diâmetro de 0,63 cm, armadura longitudinal com diâmetro de 1,25 cm, considerando-se nervuras de 0,05 cm, resultando em um d' de 4,3 cm determinado pela equação 39. O $M_{s,d}$ da seção crítica é de 40880 kN.cm, o momento fletor M_a é de 28560 kN.cm. A altura h da viga é de 90 cm e a altura útil d é de 80 cm. A área de armadura tracionada A_s é de 20,05 cm², e a flecha limite $\delta_{limite} = 3,20$ cm.

3.4.6 Problema 6

O sexto problema foi extraído de Araújo (2010, p.287). Trata-se de uma viga biapoiada de concreto armado submetida a um $M_{s,d}$ de 5313 kN.cm, o momento fletor M_a é de 3453,45 kN.cm. A área de armadura tracionada A_s é de 4,02 cm², e a área de armadura comprimida A'_s é de 0,62 cm². O vão equivalente l_{ef} é de 500 cm, a altura útil d é de 46 cm com d' de 4 cm, a largura b_w é de 15 cm. O concreto possui resistência f_{ck} de 20 MPa e o aço é o CA-50. A flecha total calculada δ foi de 1,78 cm, e a flecha limite δ_{limite} é de 2 cm.

3.4.7 Problema 7

A viga escolhida para a otimização, conforme ilustrado na Figura 19, Figura 20, Figura 21e Figura 24, trata-se de uma viga biapoiada de concreto armado, possuindo uma

largura b_w de 15 cm, f_{ck} de 25 MPa, aço CA-50, classe de agressividade ambiental II, vão equivalente l_{ef} de 481 cm, estribos com diâmetro de 0,63 cm, armadura longitudinal estimada com diâmetro de 1,25 cm, considerando-se nervuras de 0,05 cm, resultando em um d' de aproximadamente 5 cm determinado pela equação 39. O $M_{s,d}$ é de 5787,37 kN.cm, conforme a Figura 25, o momento fletor M_a é de 3247,22 kN.cm, conforme a Figura 26 e a flecha limite δ_{limite} possui um valor de 1,92 cm para efeitos visuais, conforme a Tabela 12.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 VALIDAÇÃO DA ROTINA RESTRIÇÃO

Para podermos aplicar a rotina restrição e retornar as restrições r_1 , r_2 , r_3 , r_4 e r_5 , faz-se necessário verificar os valores dos resultados retornados, a fim de comprovar o seu correto funcionamento.

Desta forma, serão realizados testes unitários, ou seja, teste de partes da função restrição, comparando os resultados obtidos com os resultados existente na literatura e com o software Ftool, a fim de assegurar a correta otimização da viga de concreto armado escolhida no presente trabalho.

4.1.2 Validação do momento fletor

Os resultados podem ser observados na Tabela 20, considerando-se 5 casas decimais.

Tabela 20 - Comparação dos momentos gerados no AG_VIGA com a literatura.

Problema	Fonte	M_1 (kN.cm)	$M_{R,d2}$ (kN.cm)
1	AG_VIGA	3618,70286	6299,49112
	Chust e Figueiredo Filho (2014, p.146)	3619,00000	6300,00000
2	AG_VIGA	8713,28571	10499,70977
	Clímaco (2016, p.153)	8713,29000	10500,00000

Fonte: Autor

Observa-se que, ao realizar o arredondamento dos resultados obtidos na Tabela 20 pelo programa denominado AG_VIGA, os resultados convergem aos valores dos exemplos calculados na literatura.

4.1.3 Validação da deformação

No estágio I, o resultado da flecha imediata $\delta_{t,0,est_I}$ do AG_VIGA contido na Tabela 21 é comparado com o resultado gerado pelo software Ftool. No estágio II, o resultado da flecha total deferida ao longo do tempo $\delta_{t,\infty,est_{II}}$ do AG_VIGA é comparado com o resultado encontrado na literatura.

Tabela 21 - Comparação das deformações obtidas no AG_VIGA com o Ftool e a literatura.

Problema	Fonte	$\delta_{t,0,est_I}$ (cm)	$\delta_{t,\infty,est_{II}}$ (cm)
3	AG_VIGA	0,39329	1,96443
	¹ Ftool	0,39329	-
	Pinheiro (2015, p.1)	-	1,9700
4	AG_VIGA	0,26042	3,16178
	¹ Ftool	0,26042	-
	Clímaco (2016, p.377)	-	3,25000

1 – Resultado pode ser visualizado conforme a Figura 39 e Figura 40 no apêndice A.

Fonte: Autor.

Observa-se que os resultados obtidos na Tabela 21 são idênticos aos obtidos pelo software Ftool, validando os resultados obtidos pelo AG_VIGA para o cálculo da flecha imediata no estádio I. Nota-se que, se realizássemos o arredondamento dos resultados obtidos pelo AG_VIGA para a deformação total no estádio II, os valores convergiriam para valores muito próximos aos obtidos na literatura. Tal diferença é aceitável, uma vez que os cálculos realizados na literatura sofrem arredondamentos durante as etapas de cálculo.

4.1.4 Validação da taxa de armadura máxima e armadura mínima

Os resultados obtidos pelo AG_VIGA e pela literatura encontram-se na Tabela 22.

Tabela 22 - Comparação da taxa de armadura máxima e armadura mínima do AG_VIGA com literatura.

Problema	Fonte	$\rho_{m\acute{a}x}$	$A_{s,min} (cm^2)$
1	AG_VIGA	0,02137	0,58680
	Chust e Figueiredo Filho (2014, p.146)	0,02137	0,58680
2	AG_VIGA	0,01553	0,90000
	Clímaco (2016, p.153)	0,01553	0,90000

Fonte: Autor.

Os resultados obtidos pelo AG_VIGA são idênticos aos calculados com os dados extraídos da literatura usando apenas um processo de cálculo, comprovando assim a correta implementação. O fato de que os resultados foram obtidos na literatura usando apenas um processo de cálculo, considerando todas as casas decimais, justifica por que os resultados são idênticos aos obtidos pelo AG_VIGA.

4.2 VALIDAÇÃO DO AG_VIGA

Os resultados podem ser visualizados na Tabela 23 e na Figura 24, correspondentes aos problemas do 3 ao 6. O melhor indivíduo será sempre o último da população inicial, devido ao método de avaliação retornar os valores das aptidões dos indivíduos em ordem crescente.

Tabela 23 - Resultados do AG_VIGA, correspondente aos problemas do 3 ao 6.

Problema	Geração	Indivíduo	Aptidão	$d (cm)$	$A_s (cm^2)$	$A'_s (cm^2)$
3	155	69	$1,56 \cdot 10^{-3}$	48,83	5,91	0,00
4	379	69	$4,57 \cdot 10^{-4}$	81,34	10,41	0,00
5	464	69	$3,95 \cdot 10^{-4}$	84,84	13,52	0,00
6	277	69	$1,98 \cdot 10^{-3}$	41,76	3,59	0,00

Fonte: Autor.

Tabela 24 - Continuação dos resultados do AG_VIGA, correspondente aos problemas do 3 ao 6.

Problema	Geração	Indivíduo	δ (cm)	δ_{limite} (cm)	$M_{R,d1}$ & $M_{R,d2}$ (kN.cm)		Custo (R\$)
3	155	69	0,80	1,64	23515,88	10296,37	642,37
4	379	69	3,19	3,20	74139,26	30198,30	2189,27
5	464	69	3,16	3,20	64527,20	40887,94	2529,67
6	277	69	1,96	2,00	9380,22	5345,13	505,39

Fonte: Autor.

4.2.1 Análise do problema 3

O terceiro problema obtido em Pinheiro (2015, p.1) apresentou uma deformação total calculada $\delta = 1,97 \text{ cm}$, possuindo uma flecha limite $\delta_{limite} = 1,64 \text{ cm}$. Como a seção da estrutura adotada (22 cm x 40 cm) não garantiu a condição exigida do Estado-limite de deformações excessivas (ELS-DEF), estado em que as deformações atingem os limites estabelecidos para a utilização normal, o autor sugeriu as seguintes correções: utilização de uma contra flecha, aumento da seção transversal, aumento da armadura passiva tracionada ou adoção da armadura passiva comprimida. Pinheiro (2015) ainda ressalta que, dentre essas soluções, a alternativa mais eficiente é aumentar a altura da viga.

Analisando os dados do terceiro problema contidos na Tabela 23, obtidos pelo AG_VIGA, percebe-se que a altura ótima encontrada, ao fazer a aplicação da equação 40, foi de:

$$h = d + d' = 48,83 + 4,5 \rightarrow h = 53,33 \text{ cm}$$

Resultando em uma flecha calculada $\delta = 0,80 \text{ cm}$, apresentado na Tabela 24, bem menor que a flecha limite $\delta_{limite} = 1,64 \text{ cm}$. A área de aço tracionada obtida pelo AG_VIGA contida na Tabela 23 foi de $5,91 \text{ cm}^2$, menor do que a área de aço tracionada de $7,78 \text{ cm}^2$ obtida por Pinheiro (2015, p.1). Percebe-se que o fator limitante foi atender a restrição r_2 imposta pela equação 68, uma vez que o AG_VIGA poderia diminuir ainda mais a altura útil da viga, permitindo uma deformação próxima à deformação limite. Isso resultaria em uma economia no volume de concreto para a confecção da viga.

No entanto, como a equação 66 também depende da altura útil da viga para atingir o $M_{R,d2}$ equivalente ao $M_{s,d} = 10296 \text{ kN.cm}$, essa diminuição na altura útil resultaria em uma redução no braço de alavanca e, conseqüentemente, uma diminuição no $M_{R,d2}$. Para haver o equilíbrio seria necessário aumentar o valor da área de aço, opção que não é adotada pelo AG_VIGA, provavelmente por resultar em um maior custo.

4.2.2 Análise do problema 4

Analisando os resultados do quarto problema obtido por Clímaco (2016, p.377), verifica-se que a flecha calculada $\delta = 3,25 \text{ cm}$ foi um pouco maior que a flecha limite $\delta_{limite} = 3,20 \text{ cm}$ para uma altura útil $d = 75 \text{ cm}$ e uma área de aço $A_s = 15,75 \text{ cm}^2$. Comparando com os dados obtidos pelo AG_VIGA na Tabela 23, percebe-se que a altura útil $d = 81,34 \text{ cm}$ encontrada pelo AG_VIGA foi maior que a altura útil determinada por Clímaco (2016, p.377); por outro lado, resultou em uma flecha $\delta = 3,19 \text{ cm}$ contida na Tabela 24, muito próxima à flecha limite. Observa-se que a área de aço obtida pelo AG_VIGA de acordo com Tabela 23 foi de $10,41 \text{ cm}^2$, bem menor que a área de aço obtida por Clímaco (2016, p.377), resultando, conforme a Tabela 24 em um $M_{R,d2} = 30198,30 \text{ kN.cm} > M_{s,d} = 30000 \text{ kN.cm}$.

Os resultados obtidos pelo problema 4, mostram que o AG_VIGA aumentou a altura útil para atender a restrição imposta pela deformação limite e minimizou o máximo possível a área de aço

4.2.3 Análise do problema 5

A altura e a área de aço do quinto problema obtido por Chust e Figueiredo Filho (2014, p.201) foram, respectivamente, $h = 90 \text{ cm}$ e $A_s = 20,05 \text{ cm}^2$, com uma flecha limite $\delta_{limite} = 3,20 \text{ cm}$. No entanto, o autor não calculou a flecha total.

Obtendo a altura com os dados da Tabela 23 através da aplicação da equação 40, a fim de comparar os resultados obtidos pelo AG_VIGA com os resultados obtidos por Chust e Figueiredo Filho (2014, p.201), temos:

$$h = d + d' = 84,84 + 4,3 \rightarrow h = 89,14 \text{ cm}$$

Percebe-se que a altura h de $89,14 \text{ cm}$ e a área de aço de $13,52 \text{ cm}^2$ contida na Tabela 23, determinados pelo AG_VIGA foram menores que os valores determinados por Chust e Figueiredo Filho (2014, p.201), no problema 5. Atendendo às restrições conforme a Tabela 24 da flecha limite, com uma flecha total calculada $\delta = 3,16 \text{ cm}$, e do momento solicitante de cálculo, com $M_{R,d2} = 40887,94 \text{ kN.cm} > M_{s,d} = 40880 \text{ kN.cm}$.

4.2.4 Análise do problema 6

Por fim, analisando os dados obtidos por Araújo (2010, p.287) referentes ao sexto problema, o mesmo obteve um $A_s = 4,02 \text{ cm}^2$ e $A'_s = 0,62 \text{ cm}$. No entanto, o A'_s por ele

determinado é referente a 2 Ø 6,3 mm, geralmente utilizadas como porta-estribos, não sendo considerado no cálculo estrutural. A flecha total calculada $\delta = 1,78 \text{ cm}$ atendeu à exigência da flecha limite $\delta_{limite} = 2 \text{ cm}$, com uma altura útil $d = 46 \text{ cm}$.

O AG_VIGA, conforme a Tabela 23, apresentou para o sexto problema um $A_s = 3,59 \text{ cm}^2$ menor do que a área de aço obtida por Araújo (2010, p.287), atendendo de acordo com a Tabela 24 à restrição do momento solicitante de cálculo, com $M_{R,d2} = 5345,13 \text{ kN.cm} > M_{s,d} = 5313 \text{ kN.cm}$ e da flecha calculada $\delta = 1,96 \text{ cm}$ menor que a flecha limite $\delta_{limite} = 2 \text{ cm}$. Com uma altura útil $d = 41,76 \text{ cm}$ contida na Tabela 23, menor do que o obtido por Araújo (2010, p.287).

Conclui-se que os resultados obtidos pelo AG_VIGA buscam atender de forma eficiente a todas as restrições impostas pela rotina 'restricao ()' implementada. Observa-se que os resultados são muito próximos aos obtidos em problemas da literatura que também atenderam a todas as restrições. Dessa forma, o AG_VIGA encontra-se apto a ser aplicado na otimização de vigas de concreto armado utilizando o método de algoritmos genéticos.

4.3 OTIMIZAÇÃO DO CUSTO DE UMA VIGA DE CONCRETO ARMADO PERTENCENTE A UMA RESIDÊNCIA DE ALTO PADRÃO

Os resultados obtidos encontram-se Tabela 25 e Tabela 26.

Tabela 25 – Soluções obtidas pelo AG_VIGA.

Solução	Geração	Indivíduo	Aptidão	$d \text{ (cm)}$	$A_s \text{ (cm}^2\text{)}$	$A'_s \text{ (cm}^2\text{)}$
1º	433	69	$1,97 \cdot 10^{-3}$	39,58	4,11	0,00
2º	193	69	$1,97 \cdot 10^{-3}$	41,82	3,88	0,00
3º	191	69	$1,97 \cdot 10^{-3}$	40,99	3,96	0,00

Fonte: Autor.

Tabela 26 - Continuação das soluções obtidas pelo AG_VIGA.

Solução	Geração	Indivíduo	$\delta \text{ (cm)}$	$\delta_{lim} \text{ (cm)}$	$M_{R,d1} \text{ \& } M_{R,d2} \text{ (kN.cm)}$	Custo (R\$)
1º	433	69	1,56	1,92	10530,35 5803,11	506,97
2º	193	69	1,27	1,92	11760,99 5788,78	506,75
3º	191	69	1,38	1,92	11294,05 5788,21	506,42

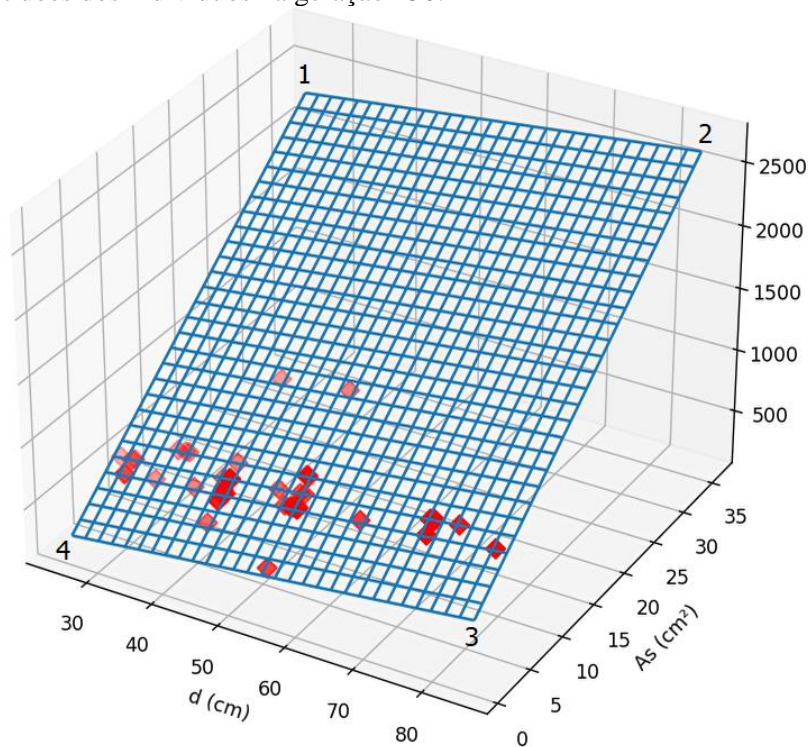
Fonte: Autor.

O melhor resultado foi obtido através da terceira solução do AG_VIGA, com os dados representado na Tabela 25 e Tabela 26, obtendo o valor de 506,42 R\$, com uma altura útil $d = 40,99 \text{ cm}$, o que implica em uma altura $h = 40,99 + 5 = 46 \text{ cm}$, e uma área de aço $A_s = 3,96 \text{ cm}^2$, resultando em um $M_{R,d2} = 5788,21 \text{ kN.cm} > M_{s,d} = 5787,37 \text{ kN.cm}$.

Atendendo as restrições impostas para a armadura, sendo $A_{s,min} = 1,03 \text{ cm}^2 < A_s < A_{s,máx} = 27,60 \text{ cm}^2$, e uma deformação total calculada $\delta = 1,38 \text{ cm} < \delta_{lim} = 1,92 \text{ cm}$. Percebe-se que os valores dos custos obtidos são muito próximos entre si, indicando que está havendo uma convergência em busca de uma viga de concreto armado com o menor custo possível e que atenda as restrições do ELU e ELS da NBR 6118:2014.

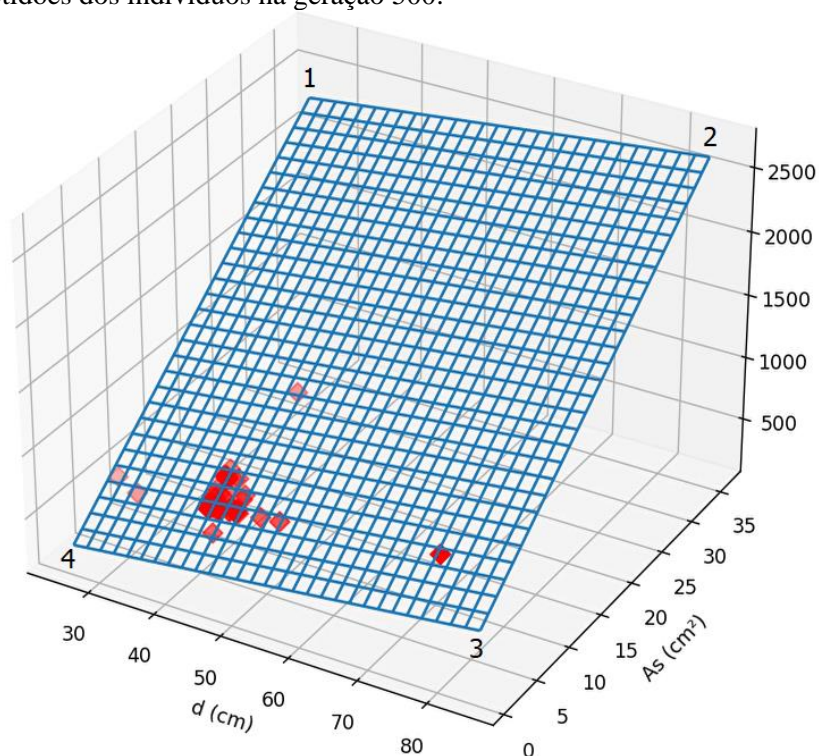
A Figura 28 representa a evolução das aptidões dos indivíduos obtidos na geração 250, e a Figura 29 representa a evolução das aptidões dos indivíduos obtidos na geração 500. Os pontos em vermelho na grade azul representam os indivíduos da população (vigas), a grade azul representa a função objetivo (equação 61) em um espaço tridimensional. O eixo X e o eixo Y representam, respectivamente, os valores da altura útil e da armadura passiva tracionada dentro do domínio da função objetivo. O eixo Z representa o custo total da viga de concreto armado em reais.

Figura 28 – Aptidões dos indivíduos na geração 250.



Fonte: Autor.

Figura 29 - Aptidões dos indivíduos na geração 500.



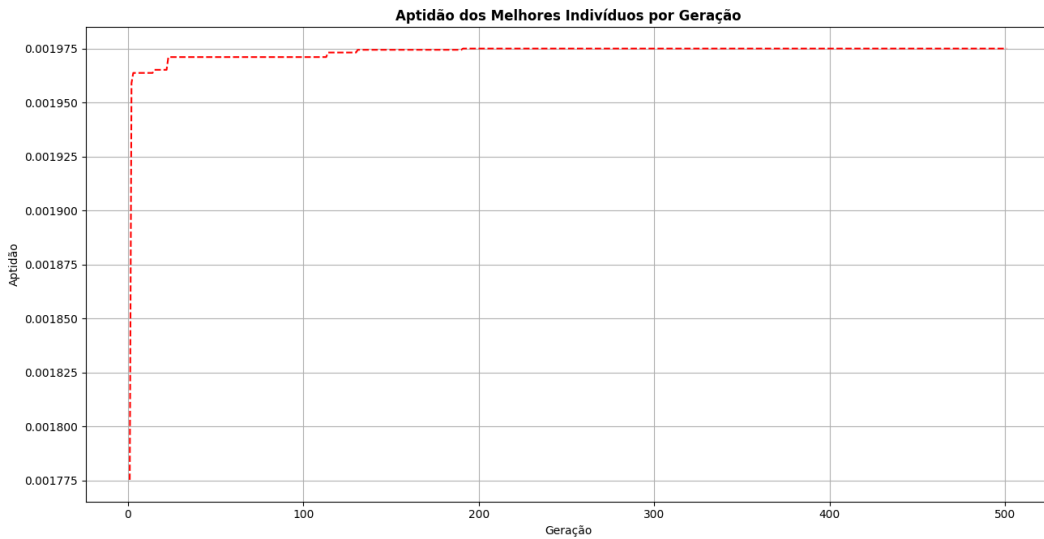
Fonte: Autor.

A função objetivo representada pela grade azul possui quatro cantos, numerados no sentido horário. O ponto 1 representa uma viga de concreto armado, cujo resultado seria o máximo consumo de aço (36 cm^2) e o mínimo consumo de concreto em função da altura útil mínima (25 cm). O ponto 2, de maior custo, representa o máximo consumo de aço (36 cm^2) e o máximo consumo de concreto em função da altura útil máxima (85 cm). O ponto 3 representa o mínimo consumo de aço (1 cm^2) e o máximo consumo de concreto em função da altura útil máxima (85 cm), e o ponto 4 representa o mínimo consumo de aço (1 cm^2) e o mínimo consumo de concreto em função da altura útil mínima (25 cm).

A viga de concreto armado ótima será aquela que estiver o mais próximo possível do ponto 4 e que atenda às restrições impostas do ELU e do ELS da NBR 6118:2014.

Percebe-se que os indivíduos na geração 250, ilustrados na Figura 28, estão mais dispersos em relação aos indivíduos da geração 500, representados na Figura 29, mostrando que ao longo das gerações as aptidões dos indivíduos vão se convergindo, como pode ser visto pela Figura 30. Observe que o ponto de convergência dos indivíduos na Figura 29 indica que a altura útil ótima está entre 40 cm e 50 cm e que a área de aço ótima está entre 3 cm^2 e 10 cm^2 , os valores dos resultados podem ser observados na tabela Tabela 25 e Tabela 26.

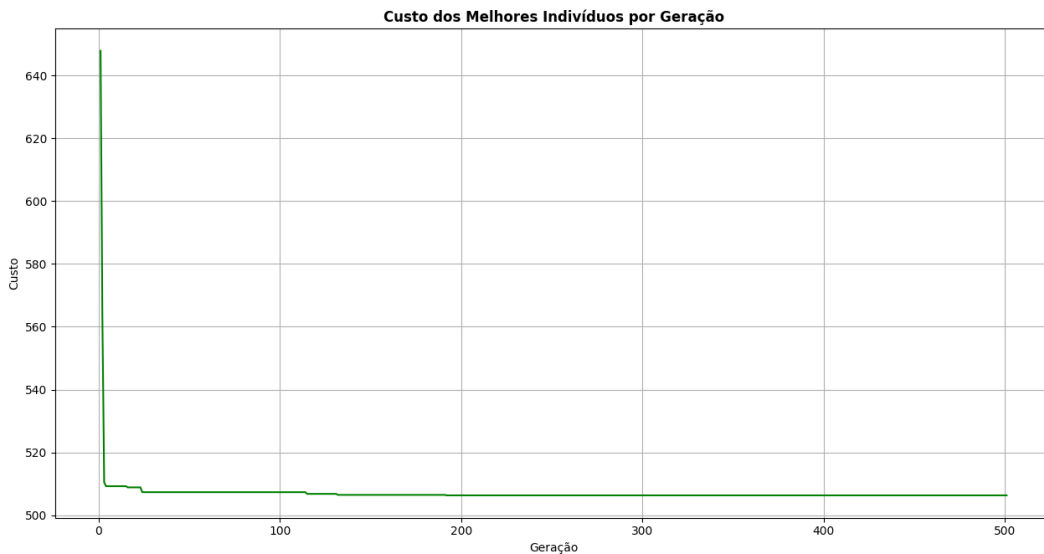
Figura 30 - Aptidão por geração da terceira solução do AG_VIGA.



Fonte: Autor.

A Figura 31 ilustra o custo das vigas de concreto armado ao longo das gerações. Observa-se que quanto maior a aptidão do indivíduo, menor será o custo da viga de concreto armado e, conseqüentemente, mais próximos estarão os valores da altura útil e da armadura passiva tracionada do valor ótimo.

Figura 31 - Custo por geração da terceira solução do AG_VIGA.



Fonte: Autor.

4.3.2 Detalhamento e custo real

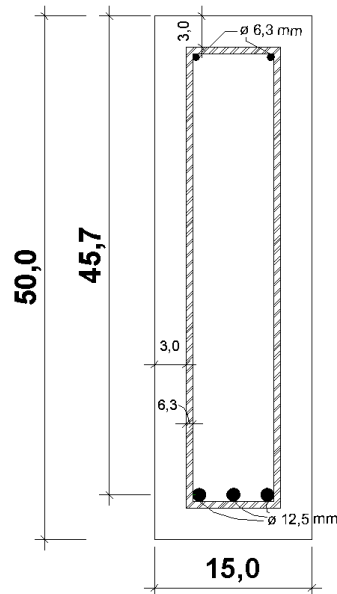
Para determinar o custo real da viga de concreto armado otimizada, é necessário adotarmos medidas práticas a fim de facilitar o processo executivo. A altura útil ótima determinada pelo AG_VIGA foi de 40,99 cm. Será adotada uma altura útil de 45 cm, resultando em uma altura $h = 45 + 5 = 50$ cm.

Determinado a área de aço calculada ($A_{s,calc}$), aplicando equação 66, temos:

$$A_{s,calc} = \frac{M_{s,d}}{43,48 \cdot (d - 0,18 \cdot d)} = \frac{5787,37}{43,48 \cdot (45 - 0,18 \cdot 45)} \rightarrow A_{s,calc} = 3,61 \text{ cm}^2$$

Será adotado 3 barras com diâmetro de 1,25 cm (3 Ø 12,5 mm), resultado em uma área de aço adotada de 3,68 cm². A altura útil real (d_{real}) será de $d_{real} = 50 - (3 + 0,63 + 1,25/2) \rightarrow d_{real} = 45,75 \text{ cm}$. A Figura 32 ilustra o detalhamento da seção transversal da viga de concreto armado.

Figura 32 - Detalhamento da seção transversal.



Fonte: Autor.

Substituindo os dados na equação 61 para a determinação do custo real (C_{Real}) da viga de concreto armado, temos:

$$C_{Real} = [15 \cdot (45,75 + 4,25) \cdot 4,457 \cdot 10^{-4} + (1,5 \cdot 3,68) \cdot 7,85 \cdot 10^{-3} \cdot 10,26 + (15 + 2 \cdot 45,75) \cdot 2,752 \cdot 10^{-4}] \cdot 481 \rightarrow C_{Real} = 515,61 \text{ R\$}$$

O custo real de R\$ 515,61 é maior que o custo otimizado de R\$ 506,42, o que era de se esperar, uma vez que foi adotada uma dimensão prática para altura e para a área de aço comercial da viga de concreto armado de modo a viabilizar o processo executivo.

5 CONCLUSÕES

5.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Conclui-se que o objetivo de desenvolver um ‘software’ capaz de otimizar o custo de uma viga de concreto armado foi alcançado, obtendo uma diferença entre o custo real e o custo otimizado de 9,19 R\$, o que representa 1,78% do custo real, validando os resultados da altura útil e da área de aço necessárias para o dimensionamento.

Comprovando que os resultados obtidos pelo AG_VIGA buscam reduzir o máximo possível o consumo de aço e o volume de concreto em função da diminuição da altura útil, satisfazendo as restrições de sua capacidade máxima resistente ao momento fletor, deformação total admissível, taxa de armadura máxima longitudinal e armadura longitudinal mínima, resultando em uma deformação total próxima à permitida e em um momento resistente de cálculo da região tracionada próximo ao momento solicitante.

Os resultados exportados pelo AG_VIGA deverão ser sempre analisados por um engenheiro projetista estrutural, garantindo que os parâmetros de entrada tais como o momento solicitante de cálculo e momento fletor na seção crítica do vão considerado sejam correspondentes ao contexto em que o ‘software’ foi implementado, compreendendo fisicamente as suas limitações e as suas possibilidades de aperfeiçoamento.

5.2 RECOMENDAÇÕES

Com o intuito de orientar a continuação deste trabalho, recomenda-se para o aperfeiçoamento do AG_VIGA:

- Adicionar na função objetivo os custos dos estribos e da armadura de pele;
- Desenvolver restrições em relação ao esforço cortante;
- Desenvolver uma sub-rotina que verifique a necessidade e calcule a armadura de pele;
- Desenvolver restrições em relação ao momento torsor;
- Implementar cálculos de deformações para outros tipos de carregamentos e vinculações;
- Desenvolver uma interface gráfica de usuário.

6 REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 5738. Concreto — Procedimento para moldagem e cura de corpos de prova. Rio de Janeiro: [s.n.]. Disponível em: <www.abnt.org.br>.

_____. NBR 5739. Concreto - Ensaio de compressão de corpos de prova cilíndricos. Rio de Janeiro: [s.n.].

_____. NBR 6118. Projeto de estruturas de concreto-Procedimento. Rio de Janeiro: [s.n.]. Disponível em: <www.abnt.org.br>.

_____. NBR 6120. Ações para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro: [s.n.]. Disponível em: <www.abnt.org.br>.

_____. NBR 6123. Forças devidas ao vento em edificações. Rio de Janeiro: [s.n.].

_____. NBR 7222. Concreto e argamassa - Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos. Rio de Janeiro: [s.n.].

_____. NBR 7480. Aço destinado a armaduras para estruturas de concreto armado - Especificação. Rio de Janeiro: [s.n.].

_____. NBR 8522. Concreto — Determinação dos módulos estáticos de elasticidade e de deformação à compressão. [s.l: s.n.]. Disponível em: <www.abnt.org.br>.

_____. NBR 8681. Ações e segurança nas estruturas - Procedimento. Rio de Janeiro: [s.n.]. Disponível em: <www.abnt.org.br>.

_____. NBR 8953. Concreto para fins estruturais - Classificação pela massa específica, por grupos de resistência e consistência. Rio de Janeiro: [s.n.]. Disponível em: <www.abnt.org.br>.

_____. NBR 12142. Concreto – Determinação da resistência à tração na flexão de corpos de prova prismáticos. Rio de Janeiro: [s.n.].

_____. NBR 12655. Concreto de cimento Portland-Preparo, controle, recebimento e aceitação-Procedimento. Rio de Janeiro: [s.n.]. Disponível em: <www.abnt.org.br>.

_____. NBR 14931. Execução de estruturas de concreto-Procedimento. Rio de Janeiro: [s.n.]. Disponível em: <www.abnt.org.br>.

ARAÚJO, J. M. Curso de Concreto Armado. 3. ed. Rio Grande: Dunas, 2010. v. 1

ARORA, J. Introduction to Optimum Design. 4. ed. Iowa: [s.n.].

- AZEVEDO, Á. F. M. Método dos Elementos Finitos. 1. ed. Portugal: [s.n.].
- BASTOS, P. S. Fundamentos do Concreto Armado. Bauru: [s.n.].
- _____. Lajes de Concreto. Bauru: [s.n.].
- _____. Flexão Normal Simples-Vigas. Bauru: [s.n.].
- BERNARDINO, H. S. Hibridização de Algoritmos Genéticos e Sistemas Imunológicos Artificiais para Problemas de Otimização com Restrições em engenharia. Juiz de Fora: Universidade Federal de Juiz de Fora, 2008.
- BEZERRA, L. A. Emprego de Algoritmos Genéticos para Otimização de Vigas de Concreto Armado. Caruaru: Universidade Federal de Pernambuco, 11 ago. 2017.
- BOTELHO, M. H. C.; MARCHETTI, O. Concreto armado eu te amo. 10. ed. São Paulo: Blucher, 2019. v. 1.
- CASTILHO, V. C. Otimização de componentes de Concreto Pré-moldado Protendidos mediante Algoritmos Genéticos. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.: Escola de Engenharia de São Carlos, fev. 2003.
- CHUST, C. R.; FIGUEIREDO FILHO, J. R. DE. Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado. 4. ed. São Carlos: EdUFSCar, 2014. v. 1
- CLÍMACO, J. C. T. DE S. Estruturas de concreto armado: fundamentos de projeto, dimensionamento e verificação. 3. ed. Rio de Janeiro: UnB, 2016.
- COLEY, D. A. An Introduction to Genetic Algorithms for Scientists and Engineers. Singapore: [s.n.].
- FONSECA, M. DA. Otimização de estruturas treliçadas planas e espaciais sob carregandos estáticos e dinâmicos, usando algoritmos genéticos e redes neurais. Ouro Preto: Universidade Federal do Ouro Preto, 2007.
- GARCIA, D. C. S.; SILVA, T. M. Análise de Softwares Estruturais e suas Interoperabilidades com o Bim. Trabalho de Conclusão de Curso—Curitiba: Universidade Tecnológica Federal Do Paraná, 2021.
- GUERRA, C. Otimização Paramétrica de Estruturas Treliçadas por Algoritmos Genéticos. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2008.
- HEITKÖTTER, J. Hitch-Hikers guide to evolutionary computation. Disponível em: <<http://aiinfinance.com/gafaq.pdf>>. Acesso em: 25 maio. 2022.
- HIBBELER, R. C. Resistencia Materiais. 7. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.
- IBRACON. Concreto: material construtivo mais consumido no mundo. Revista Concreto & Construções, jan. 2009.
- LINDEN, R. Algoritmos Genéticos: Teoria e Implementação. 3. ed. [s.l: s.n.].

- MACHADO, R. D.; MARINO, M. A. Concreto Armado da UFPR. [s.l: s.n.].
- _____. Qualidade da Estrutura Conformidade do Projeto Durabilidade das Estruturas Critérios de Projeto Visando a Durabilidade. [s.l: s.n.].
- _____. Flexão Simples Armadura Longitudinal de Viga. [s.l: s.n.].
- MARTHA, L. F. Ftool. Rio de Janeiro, 2018.
- NARQUES, T. V. NUNES. Algoritmo Genético como Ferramenta Auxiliar no Pré-Dimensionamento de Estruturas Protendidas. São Paulo: Universidade Federal de São Carlos, 29 ago. 2019.
- NINA, T. C. Otimização de Seções Transversais de Concreto Armado: Aplicação a Pórticos Planos. São Carlos: Universidade de São Paulo, 2006.
- OLIVEIRA, L. F. Otimização Multinível de Vigas de Concreto Armado via Algoritmos Genéticos. Fortaleza: Universidade Federal do Ceará, 2014.
- OLIVIERI, B. P. Otimização do Projeto de Pontes Protendidas Pré-Moldadas pelo Método dos Algoritmos Genéticos. Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2004.
- OÑATE, E. Structural Analysis with the Finite Element Method. 1. ed. Barcelona: [s.n.]. v. 1
- PEREIRA, E. S. Computação Evolucionária: Aplique os algoritmos genéticos com Python e Numpy. [s.l: s.n.].
- PINHEIRO, L. M. Estados-Limites de Serviço em Vigas de Concreto Armado. São Carlos: [s.n.].
- _____. Estruturas de Concreto-Capítulo 2. São Carlos: [s.n.].
- _____. Bases para Cálculo-Capítulo 4. São Carlos: [s.n.].
- PINHEIRO, L. M. et al. Flexão Simples na Ruína: Equações-Capítulo 5. São Carlos: [s.n.].
- RAFAEL, S. et al. Manual de BIM. 3. ed. Porto Alegre: bookman, 2021.
- RAJEEV, B. S.; KRISHNAMOORTHY, C. S. Discrete Optimization Of Structures Using Genetic Algorithms. Journal of Structural Engineering, 5 maio 1992.
- RIBEIRO, L. M. P. Otimização e Dimensionamento de Treliças Planas de Madeira Empregando o Método dos Algoritmos Genéticos. Uberlândia: Universidade Federal de Uberlândia, 2008.
- SIVANANDAM, S. N.; DEEPA, S. N. Introduction to genetic algorithms. New York: [s.n.].
- SOARES, R. D. C. Otimização de Seções Transversais de Concreto Armado Sujeitas À Flexão- Aplicação a Pavimentos. São Carlos: Universidade de São Paulo, 1997.

TANOMARU, J. Motivação, Fundamentos e Aplicações de Algoritmos Genéticos. II congresso Brasileiro de Redes Neurais III Escola de Redes Neurais, p. 31, 1995.

VAZ, L. E. Método dos Elementos Finitos em Análise de Estruturas. Rio de Janeiro: Elsevier, 2011.

VIANNA, L. C. C. Otimização de Seções Transversais de Concreto Armado: Aplicação a Pórticos. São Carlos: Universidade de São Paulo, 2003.

ANEXO A

Tabela 27 - Valores característicos nominais das cargas variáveis.

Local		Carga uniformemente distribuída kN/m ²	Carga concentrada kN
Balcões, sacadas, varandas e terraços ^{i,j}	Residencial	2,5	–
	Comercial, corporativos e escritórios	3	–
	Com acesso público (hotéis, hospitais, escolas, teatros etc.)	4	–
Edifícios residenciais	Dormitórios	1,5	–
	Sala, copa, cozinha	1,5	–
	Sanitários	1,5	–
	Despensa, área de serviço e lavanderia	2	–
	Quadras esportivas	5 ^a	–
	Salão de festas, salão de jogos	3 ^a	–
	Áreas de uso comum	3 ^a	–
	Academia	3 ^a	–
	Forro acessíveis apenas para manutenção e sem estoque de materiais	0,1 ^{a,r}	–
	Sótão	2 ^a	–
	Corredores dentro de unidades autônomas	1,5	–
	Corredores de uso comum	3	–
	Depósitos	3	–
Áreas técnicas (ver item nesta Tabela)			
Jardins (ver item nesta Tabela)			

Conforme o caso, deve-se prever cargas adicionais devido a mudanças futuras, por exemplo: fechamento com vidro, nivelamento do piso, mudança de uso etc.

Nas bordas de balcões, varandas, sacadas e terraços com guarda-corpo, prever carga variável de 2 kN/m, além do peso próprio do guarda-corpo. Considerar também forças horizontais variáveis.

Fonte: Adaptado da Tabela 10 da NBR 6120 (2019, p.17).

Tabela 28 - Forças horizontais em guarda-corpos e outras barreiras destinadas à proteção de pessoas.

Localização da barreira	Força horizontal kN/m
Passarelas acessíveis apenas para inspeção e manutenção	0,4
Áreas privativas de unidades residenciais, escritórios, quartos de hotéis, quartos e enfermarias de hospitais Coberturas, terraços, passarelas etc. sem acesso público	1,0

Fonte: Tabela 12 da NBR 6120 (2019, p.27).

Tabela 29 - Revestimentos de pisos e impermeabilizações.

Material	Espessura cm	Peso kN/m²
Impermeabilização com manta asfáltica simples (apenas manta com 15 % de sobreposição e pintura asfáltica, sem camada de regularização nem proteção mecânica)	0,3	0,08
	0,4	0,10
	0,5	0,11
Piso elevado interno com placas de aço, sem revestimento (até 30 cm de altura)	–	0,5
Piso elevado interno com placas de polipropileno, sem revestimento (até 30 cm de altura)	–	0,15
Revestimentos de pisos de edifícios residenciais e comerciais ($\gamma_{ap-m} = 20 \text{ kN/m}^3$)	5	1,0
	7	1,4

Fonte: Adaptado da Tabela 4 da NBR 6120 (2019, p.12).

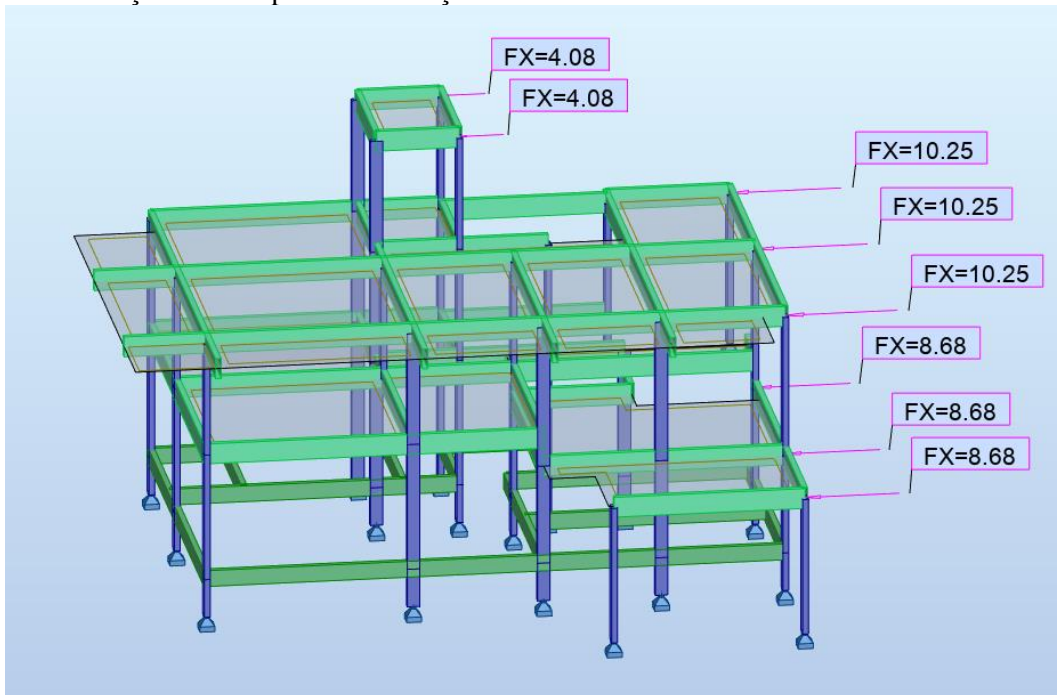
Tabela 30 - Custo unitário dos insumos necessários para confecção de uma viga em CA.

Código	Descrição do Insumo	Unidade	Custo Unit.
001052	CIMENTO 50 Kg POTY/ TOCANTIS	Kg	39,50
005651	VERGALHÃO GERDAU CA-50 3/8 10 mm - 12 m	m	75,91
000136	TABUA PINUS 200X30 1,00 MT	m	16,51
000018	AREIA LAVADA M3	m ³	110,02
000023	BRITA 0 M3	m ³	150,02

Fonte: Santa Luzia Casa e Construção – Barreiras – BA – 11/05/2023

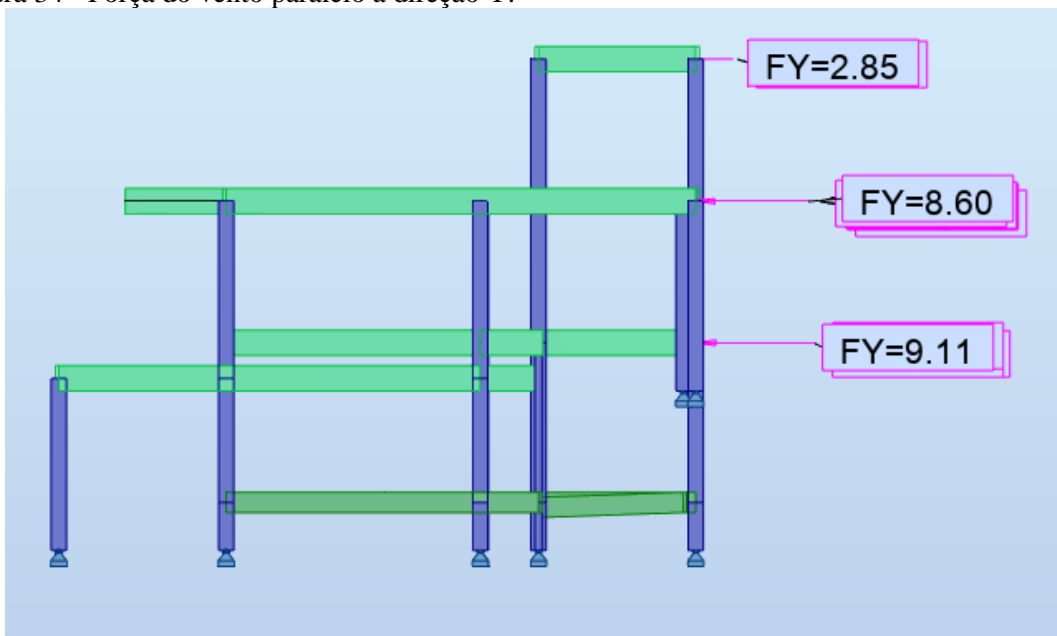
APÊNDICE A

Figura 33 - Força do vento paralelo a direção X.



Fonte: Autor.

Figura 34 - Força do vento paralelo a direção Y.



Fonte: Autor.

Figura 35 – Pasta contendo o código completo do AG VIGA.



Fonte: Autor.

Figura 36 - Tela de entrada de dados.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Viga	b_w (cm)	d_i (cm)	C_c (RS/cm ³)	C_s (RS/kg)	C_f (RS/cm ³)	l_{ef} (cm)	f_{ck} (kN/cm ²)	M_{sd} (kN . cm)	M_a (kN . cm)	αE	ρ_{min} (%)
2	1	12	3,6					2	6300		1	0,150%
3	2	15	4					2,5	10500		1	0,150%
4	3	22	4,5	4,457E-04	10,26	2,752E-03	410	2,5	10296	6325	1	0,150%
5	4	25	5	4,457E-04	10,26	2,752E-03	800	2,5	30000	25200	1	0,150%
6	5	25	4,3	4,457E-04	10,26	2,752E-03	800	2	40880	28560	1	0,150%
7	6	15	4	4,457E-04	10,26	2,752E-03	500	2	5313	3453,45	1	0,150%
8	7	15	4	4,457E-04	10,26	2,752E-03	481	2,5	5787,37	3247,22	0,9	0,150%
9												

Fonte: Autor.

Figura 37 - Continuação da tela de entrada de dados.

M	N	O	P	Q	R	S
Fonte	T_Pop	N_genes	Nsele	Pcruz	Pmut	N_Gera
Chust e Figueiredo Filho (2014, p.146)	70	25	14	0,7	0,5	500
Clímaco (2016, p.153)						
Pinheiro (2015, p.1)						
Clímaco (2016, p.377)						
Chust e Figueiredo Filho (2014, p.201)						
Araújo (2010, p.287)						
Autor						

Fonte: Autor.

Em que:

T_{Pop} = Tamanho da população inicial;

N_{genes} = Numero de genes (bits);

$Nsele$ = Número de indivíduos a ser selecionados para o cruzamento;

$Pcruz$ = Probabilidade de cruzamento;

P_{mut} = Probabilidade de mutação;

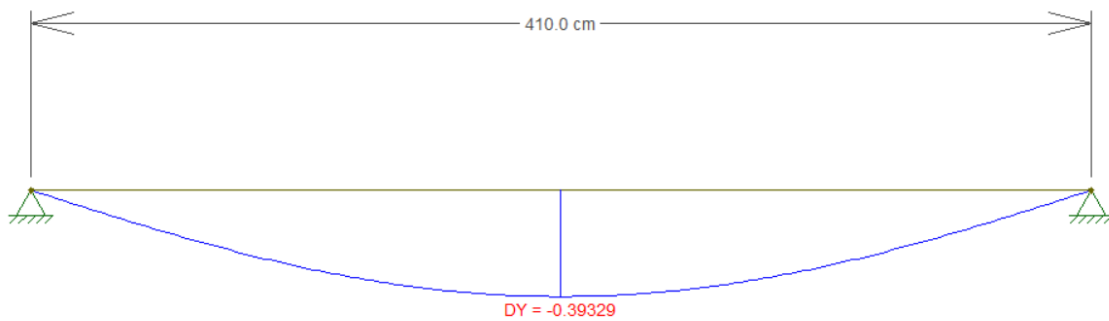
N_{Gera} = Número de gerações.

Figura 38 - Arquivo de saída de dados do Excel.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Geração	Indivíduo	Aptidão	d (cm)	As (cm ²)	As_l (cm ²)	δ (cm)	MRd1 (kN.cm ²)	MRd2 (kN.cm ²)	Custo (R\$)		
2	14	69	1,97E-03	40,99	3,96	0,00	1,38	11294,05	5788,21	506,42		
3												
4												
5												

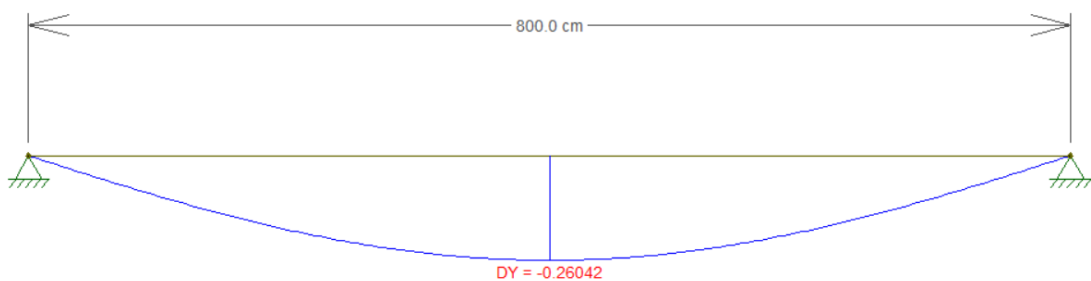
Fonte: Autor.

Figura 39 - Flecha imediata no estágio I referente ao problema 3.



Fonte: Autor.

Figura 40 - Flecha imediata no estágio I referente ao problema 4.



Fonte: Autor.